**Die Senatorin**
**für Bildung und Wissenschaft**

**Freie**
**Hansestadt**
**Bremen**

# Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

*– Gymnasiale Oberstufe –*

Niveau mit erweiterten Anforderungen
Mittlerer Schulabschluss

**2015**

Mathematik (B)

**Teil 1**

Taschenrechner und Formelsammlung sind **nicht** zugelassen.

Name: _____

Klasse: _____

Datum:

## Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

**Teil 1** – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**
Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

**Teil 2** – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**
**Taschenrechner** und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z. B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Wenn du bei den Aufgaben (besonders im Teil 1) nicht gleich eine Lösungsidee hast, bearbeite zunächst die Aufgaben, zu denen dir ein Lösungsansatz einfällt, und bearbeite am Schluss die Aufgaben, die dir Schwierigkeiten bereiten. Ansonsten besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschläge oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

**Aufgabe 1**
Berechne.

a) - 15,3 - 17,5 = _____

b) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$ _____

c) 1,5 + 7 · (- 1,5) = _____

*/3 Punkte*

**Aufgabe 2**

a) Ordne der Größe nach: $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$

Beginne mit dem kleinsten Bruch.

_____

*/2 Punkte*

b) Kreuze die richtigen Aussagen an.

☐ 160 min > 2 h 40 min

☐ 30 dm > 300 mm

☐ 17 g < 0,16 kg

☐ 400 kg = 0,4 t

☐ 150 min > 2,5 h

☐ 5 $cm^3$ = 0,00005 $m^3$

*/3 Punkte*

**Aufgabe 3**
Ist ein Mensch, der 1000 Wochen alt ist, älter oder jünger als 30 Jahre?
Begründe deine Antwort z. B. durch eine Überschlagsrechnung.

*/2 Punkte*

**Aufgabe 4**
Forme die Gleichung nach d um (a, b, c, d ≠ 0).

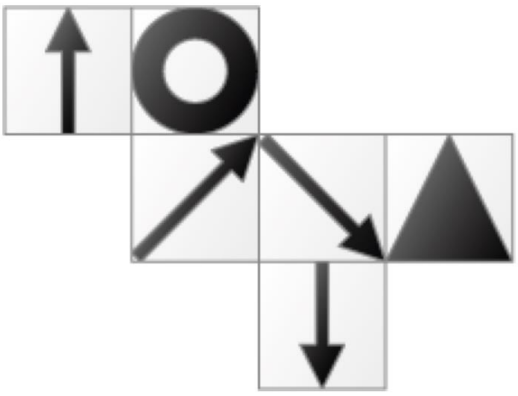
$$a = \frac{b \cdot c}{d}$$

*/2 Punkte*

**Aufgabe 5**
Im Ausverkauf wurde der Preis für ein Handy um 20 % reduziert, nun kostet es nur noch 320 €. Wie teuer war es vor der Preisreduzierung?

*/2 Punkte*

**Aufgabe 6**
Welcher Würfel lässt sich aus dieser Vorlage falten?



**A** **B** **C** **D** **E**

*/1 Punkt*

## Aufgabe 7

Bei einem Bäcker wurde in einer Liste notiert, welcher Verkäufer wie viele Kuchen in einer Stunde verkauft hat:

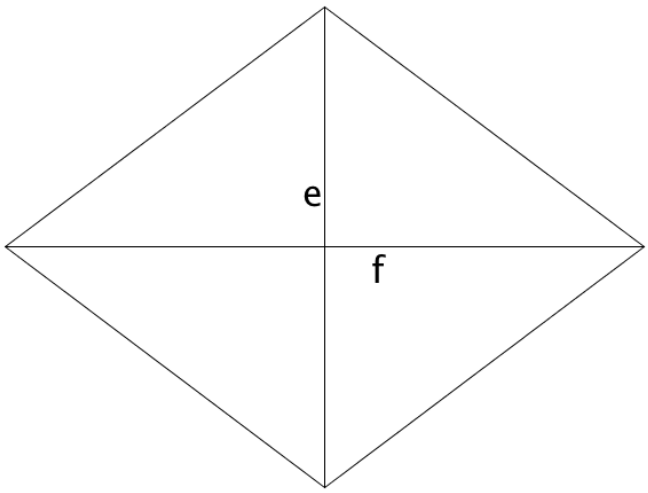
| | |
|---|---|
| Justin | 5 |
| Bengt | 1 |
| Franka | 6 |
| Michi | 5 |
| Leo | 10 |
| John | 9 |

Berechne den Durchschnitt.

*/2 Punkte*

## Aufgabe 8

Berechne den Flächeninhalt der Raute. Dabei beträgt e = 6 cm und f = 8 cm.




*/1 Punkt*

**Aufgabe 9**
Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

I $4y = -2 + 10x$
II $4y = 12 - 4x$

Löse das Gleichungssystem mit einem Verfahren deiner Wahl.

*/2 Punkte*

**Aufgabe 10**
Die Firma gewährt Stammkunden einen Rabatt.
In der Tabelle wurden die jeweiligen Gesamtkosten berechnet.

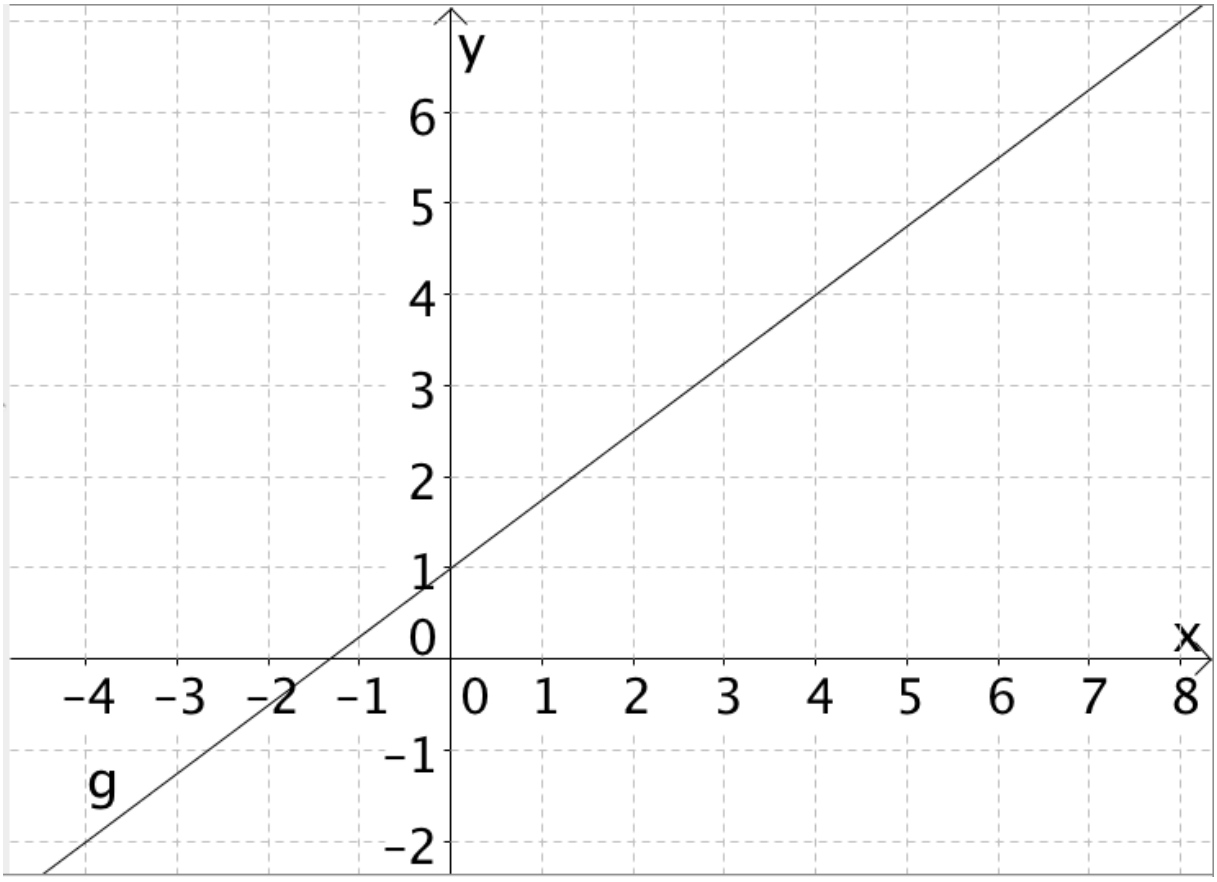
| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Möbelstück | Tisch | Sofa | Stuhl | |
| 2 | Kosten pro Stück in € | 90 | 650 | 40 | |
| 3 | Kundenrabatt in € | 5 | 10 | 3 | |
| 4 | Anzahl | 1 | 2 | 4 | |
| 5 | | | | | |
| 6 | Gesamtkosten in € | 85 | 1280 | 148 | |
| 7 | | | | | |

Bei Tabellenkalkulationsprogrammen werden zellenbezogene Formeln eingetragen, damit der Rechenweg auch noch bei Änderung der Zahlenwerte gültig ist.

Welche zellenbezogene Formel musste in C6 eingetippt werden?

*/2 Punkte*

**Aufgabe 11**
Berechne die Steigung m der Geraden g.




*/2 Punkte*

**Die Senatorin**
**für Bildung und Wissenschaft**

**Freie**
**Hansestadt**
**Bremen**

# Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

*– Gymnasiale Oberstufe –*

Niveau mit erweiterten Anforderungen
Mittlerer Schulabschluss

**2015**

Mathematik (B)

**Teil 2**

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: _____

Klasse: _____

Datum:

## Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

**Teil 1** – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**
Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

**Teil 2** – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**
**Taschenrechner** und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Wenn du bei den Aufgaben (besonders im Teil 1) nicht gleich eine Lösungsidee hast, bearbeite zunächst die Aufgaben, zu denen dir ein Lösungsansatz einfällt, und bearbeite am Schluss die Aufgaben, die dir Schwierigkeiten bereiten. Ansonsten besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschläge oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

**Aufgabe 1: Zahlenschloss**

Ein Zahlenschloss besteht aus vier unabhängig voneinander beweglichen Rädern, die jeweils 10 Ziffern (von 0 bis 9) enthalten. Es gibt also 10 000 mögliche Ziffernkombinationen. Das Schloss öffnet sich nur bei einer ganz bestimmten Kombination.

a) Zeige durch Rechnung, dass es 10 000 mögliche Ziffernkombinationen gibt.

*/4 Punkte*

b) Schreibe alle 16 Kombinationsmöglichkeiten auf, bei denen nur die Ziffern 1 und 3 vorkommen.

*/4 Punkte*

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kombination mit einer 5 beginnt?

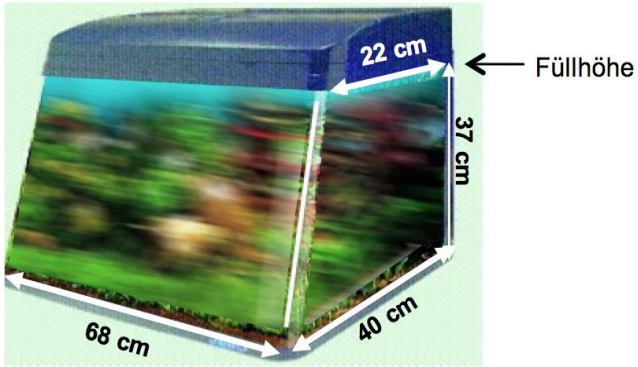
*/4 Punkte*

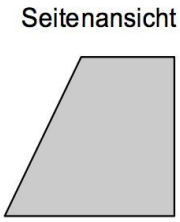
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kombination nur gleiche Ziffern enthält?

*/4 Punkte*

**Aufgabe 2: Aquarium**

Das abgebildete Aquarium ist bis zur Abdeckung mit Wasser gefüllt.




a) Zeige, dass das Aquarium ca. 78 l Fassungsvermögen hat.

*/4 Punkte*

b) Der Boden des leeren Aquariums wird mit 20 kg Kieselsteinen (Dichte 1,4 g/cm$^3$) ausgestreut. Wie viele Liter Wasser **weniger** können nun eingefüllt werden?

*/4 Punkte*

c) Berechne den Flächeninhalt der rechteckigen schrägen Frontscheibe.

*/4 Punkte*

d) Welche Maße könnte ein zylinderförmiges Aquarium mit dem gleichen Fassungsvermögen (78 l) haben?

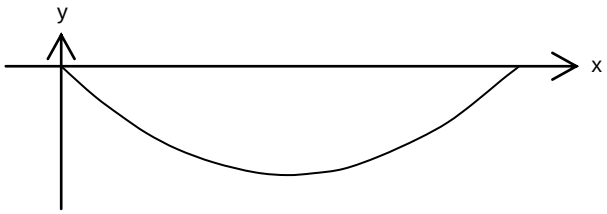
*/4 Punkte*

**Aufgabe 3: Parabolspiegel**

Mit parabelförmig geformten Spiegeln lässt sich in sogenannten „Parabolrinnen-Solaranlagen“ umweltfreundlich Energie gewinnen.

Das Profil eines solchen Spiegels wird durch folgende Parabel beschrieben: $\boxed{y = 0{,}1\,x^2 - x}$

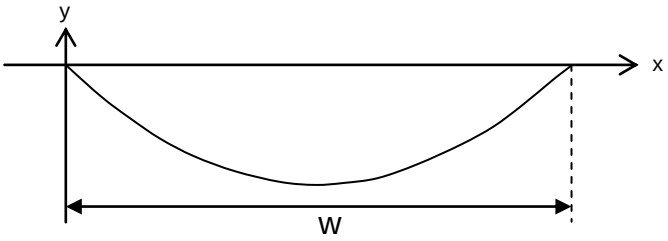
Skizze:




a) Die Parabel soll durch den Punkt A (7 | - 2,1) verlaufen.
Überprüfe durch Rechnung, ob der Punkt A auf der Parabel liegt.

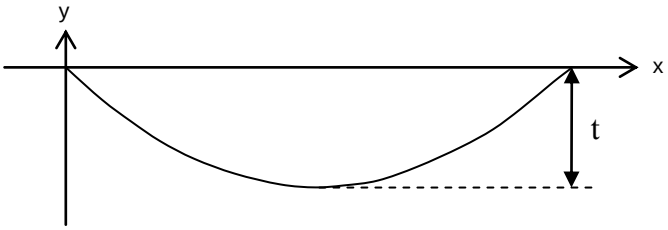
*/3 Punkte*

b) Zeige durch Rechnung, dass die Weite der Parabel w = 10 beträgt.



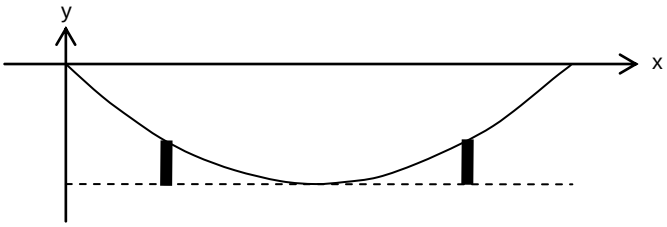

*/4 Punkte*

c) Berechne die Tiefe t der Parabel.




*/5 Punkte*

d) An den Stellen x = 2,5 und x = 7,5 sollen zusätzliche Stützen an den Parabolspiegel angebracht werden (siehe Skizze). Berechne die Länge der Stützen.
(Falls du bei c) kein Ergebnis hast, rechne mit einer Tiefe von t = 3.)




*/4 Punkte*

**Aufgabe 4: Radiokarbon-Methode**

Mit der Radiokarbonmethode können Archäologen das Alter z. B. von Knochen bestimmen.
Das Radiokarbon ist in lebenden Stoffen enthalten. Mit dem Tod nimmt es in jeweils **1000 Jahren** um 11,4 % ab (s. Tabelle).

| x | 0 (Beginn) | 1 (1000 Jahre) | 2 (2000 Jahre) |
|---|---|---|---|
| y | 2 g | ... | ... |

Abnahme um 11,4 % Abnahme um 11,4 %

a) In einem Knochen waren zu Lebzeiten 2 g Radiokarbon enthalten. Berechne, wie viel davon noch nach 2000 und nach 3000 Jahren enthalten ist.

*/4 Punkte*

b) Zu Lebzeiten war in einem Knochen die Radiokarbon-Menge a enthalten. Kreuze an, welche der Funktionsterme die noch enthaltende Menge nach x Jahrtausenden angeben. (Es können mehrere Möglichkeiten richtig sein.)

- ☐ $y = a \cdot 0{,}886 \cdot x$
- ☐ $y = a \cdot 0{,}886^x$
- ☐ $y = a \cdot 0{,}114^x$
- ☐ $y = 10000 - 1140^x$
- ☐ $y = 10000 \cdot (1 - 0{,}114 \cdot x)$
- ☐ $y = a \cdot (1 - 0{,}114)^x$

*/2 Punkte*

c) In einem Knochen waren zu Lebzeiten 2 g Radiokarbon enthalten. Nun werden noch 1,16 g gemessen. Ermittle, wie alt das Fundstück ist (auf 100 Jahre genau).

*/5 Punkte*

d) Andere radioaktive Stoffe haben andere Zerfallsraten.
„Plutonium 239“ nimmt in 24 100 Jahren (also 24,1 Jahrtausenden) um die Hälfte ab. Ermittle, um wie viel Prozent es in 1000 Jahren (also einem Jahrtausend) abnimmt.

*/5 Punkte*

**Aufgabe 5: Aktienindex**

Der DAX ist ein Aktienindex, der den aktuellen Wert deutscher Aktien als Kennzahl zusammenfasst. In der Grafik ist die Entwicklung vom 10.9.2014 bis 8.10.2014 abgebildet.

a) Lies den DAX vom 22.9 und vom 6.10. ab.
Berechne die durchschnittliche Änderung des DAX pro Tag in dem Abschnitt zwischen den beiden oben genannten Zeitpunkten.

*/3 Punkte*

b) In dem in a) genannten Intervall ist der DAX im Durchschnitt gefallen. Markiere erkennbar einen Zeitraum in diesem Intervall, in dem der DAX zwar ausschließlich gefallen ist, aber weniger stark als im Durchschnitt.

*/2 Punkte*

In einem anderen Zeitraum von 30 Tagen folgte der DAX-Verlauf ungefähr der Funktion
$f(x) = -0{,}00625\,x^4 + 0{,}4x^3 - 9x^2 + 83x + 9000, \quad 0 \leq x \leq 30,$
wobei x für die Tage steht.

c) Berechne den DAX nach genau sieben Tagen. */2 Punkte*

d) Berechne mit Hilfe der Ableitung die lokale (momentane) Änderungsrate nach drei Tagen. */4 Punkte*

e) Die 2. Ableitung ergibt an zwei Stellen Null. Berechne diese Stellen.
Erkläre, welche Bedeutung sie im Sachzusammenhang haben.

*/5 Punkte*

**Die Senatorin**
**für Bildung und Wissenschaft**

**Freie**
**Hansestadt**
**Bremen**

# Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

*– Gymnasiale Oberstufe –*

Niveau mit erweiterten Anforderungen
Mittlerer Schulabschluss

**2015**

Mathematik (B)

## Lehrerhinweise und Lösungen

| **Teil 1** | | **Punkte** |
|---|---|---|
| **1** | a) - 15,3 – 17,5 = **- 32,8**<br>b) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$<br>c) 1,5 + 7 · (- 1,5) = **- 9** | **3** |
| **2** | a) $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$ ; $\frac{3}{4}$<br>b) 30 dm **>** 300 mm ; 17 g **<** 0,16 kg; 400 kg **=** 0,4 t<br>(1 Punkt Abzug für jede falsche Aussage) | **2**<br><br>**3** |
| **3** | Z.B.: 1000 : 50 = 20; der Mensch ist **jünger als 30 Jahre**. | **2** |
| **4** | $d = \frac{b \cdot c}{a}$ | **2** |
| **5** | 320 · 100 : 80 = 400; es kostete vorher **400 €**. | **2** |
| **6** | **D** | **1** |
| **7** | (5 + 1 + 6 + 5 + 10 + 9) : 6 = 6. Der Durchschnitt beträgt **6**. | **2** |
| **8** | Z.B.: 6 · 8 · 0,5 = 24 .<br>**A = 24 cm²** | **1** |
| **9** | **x = 1; y = 2** | **2** |
| **10** | Z.B.: **= (C2 – C3)*C4** | **2** |
| **11** | $m = \frac{4-1}{4-0} = \frac{3}{4}$ | **2** |
| | **Teil 1 Gesamt** | **24** |

| **Teil 2** | | **Punkte** |
|---|---|---|
| **1. Zahlenschloss** | **Gesamt** | **16** |
| **a)** | Vier Räder mit jeweils 10 Möglichkeiten,<br>jedes Rad unabhängig mit den anderen kombinierbar, also:<br>**10 · 10 · 10 · 10 = 10000** Möglichkeiten. | **4** |
| **b)** | **(1111) (1113) (1131) (1133)**<br>**(1311) (1313) (1331) (1333)**<br>**(3111) (3113) (3131) (3133)**<br>**(3311) (3313) (3331) (3333)**<br>16-15 richtig: 4 Punkte<br>14-13 richtig: 3 Punkte<br>12-11 richtig: 2 Punkte<br>10-9 richtig: 1 Punkte<br>Weniger als 9: 0 Punkte | **4** |
| **c)** | Es gibt nur noch 10 · 10 · 10 = 1000 Möglichkeiten, also<br>P(beginnt mit 5) = 1000/10000 = **1/10 = 0,1 = 10%** | **4** |
| **d)** | (0000) (1111) … (9999) also 10 Möglichkeiten<br>P(nur gleiche Zahlen) = 10/10000 = **1/1000 = 0,001 = 0,1%** | **4** |
| **2. Aquarium** | **Gesamt** | **16** |
| **a)** | V = (22 cm + 40 cm): 2 · 37 cm · 68 cm = 77 996 $cm^3$ **≈ 78 l** | **4** |
| **b)** | 20 000 g : 1,4g/$cm^3$ ≈ 14 285,7 $cm^3$ **≈ 14,29 l**<br>Antwort: Es müssen nun ca. 14,29 l weniger Wasser eingefüllt werden. | **4** |
| **c)** | $x = \sqrt{(18\text{ cm})^2 + (37\text{ cm})^2} \approx 41{,}15$ cm<br>A ≈ 41,15 cm · 68 cm = **2798,2 $cm^2$** | **4** |
| **d)** | Individuelle Lösung | **4** |
| **3. Parabolspiegel** | **Gesamt** | **16** |
| **a)** | f (7) = - 2,1. **Also verläuft die Parabel durch den Punkt A.** | **3** |
| **b)** | y = 0 <=> x = 0 oder x = 10<br>Also beträgt die Weite der Parabel **10 m.**<br>Alternative**:** x = 0 und x = 10 werden eingesetzt und ergeben jeweils Null. | **4** |
| **c)** | Koordinaten des Scheitelpunkts: S (5 / - 2,5)<br>Also beträgt die Tiefe t der Parabel **2,5 m.** | **5** |
| **d)** | f (2,5) = - 1,875 = f (7,5)<br>Also beträgt die Länge der Stützen = 2,5m - 1,875m = **0,625 m.**<br>(Alternative Lösung: mit t = 3 ergibt sich die Länge 1,125 m) | **4** |

| **4. Radiokarbon-Methode** | **Gesamt** | **16** |
|---|---|---|
| **a)** | Nach 2000 Jahren sind noch ca. **1,57 g** Radiokarbon enthalten.<br>Nach 3000 Jahren sind noch ca. **1,39 g** Radiokarbon enthalten.<br>Berechnung mit Formel oder durch „Weiterrechnen“ zugelassen. | **4** |
| **b)** | Richtig sind $y = a \cdot 0{,}886^x$ und $y = a \cdot (1-0{,}114)^x$<br>Zwei richtige Kreuze: 2 Punkte<br>Ein richtiges Kreuz: 1 Punkt<br>Zwei richtige Kreuze und ein falsches Kreuz: 1 Punkt<br>Alle anderen Lösungsversuche: 0 Punkte | **2** |
| **c)** | **x ≈ 4,5 Ca. 4500 Jahre**.<br>Verfahren des dokumentierten Probierens bzw. „Weiterrechnens“ sind zugelassen.<br>Oder: $2 \cdot 0{,}886^x = 1{,}16 \Leftrightarrow x \cdot \log(0{,}886) = \log(0{,}58) \Leftrightarrow x \approx 4{,}5$ | **5** |
| **d)** | $x^{24{,}1} = 0{,}5 \Leftrightarrow x \approx 0{,}97165$<br>Das Plutonium nimmt in einem Jahrtausend um **ca. 2,835 %** ab. | **5** |
| **5. Aktienindex** | **Gesamt** | **16** |
| **a)** | 22.9.: **ca. 9750** (akzeptiert wird 9740 - 9760)<br>6.10.: **ca. 9210** (akzeptiert wird 9201 - 9220)<br>9210 - 9750 = -540 -540 Punkte / 14 d ≈ **- 38,6 Punkte / d**<br>(bzw. bei anderen abgelesenen Werten eine leicht abweichende berechnete Änderungsrate)<br>In dem Intervall fällt der DAX um durchschnittlich 38,6 Punkte pro Tag. | **3** |
| **b)** | Dies ist **nur in der mittleren Woche im vierten Abschnitt (also 25./26.9.)** der Fall. | **2** |
| **c)** | $f(7) = -0{,}00625 \cdot 7^4 + 0{,}4 \cdot 7^3 - 9 \cdot 7^2 + 83 \cdot 7 + 9000 \approx$ **9262**<br>Nach sieben Tagen war der DAX bei 9262. | **2** |
| **d)** | $f'(x) = -0{,}025x^3 + 1{,}2x^2 - 18x + 83$<br>$f'(3) = -0{,}025 \cdot 3^3 + 1{,}2 \cdot 3^2 - 18 \cdot 3 + 83 =$ **39,125**<br>Nach drei Tagen beträgt die lokale Änderungsrate ca. 39 Punkte pro Tag. | **4** |
| **e)** | $f''(x) = -0{,}075x^2 + 2{,}4x - 18$<br>$f''(x) = 0 \Rightarrow -0{,}075x^2 + 2{,}4x - 18 = 0 \Rightarrow$ **x = 20 v x = 12**<br>Am 12. und am 20. Tag hat die Kurve **Wendepunkte**, d.h. **Wachstum oder Abnahme sind entsprechend maximal bzw. minimal**.<br>(Oder ähnliche Argumentation mit Krümmung ebenfalls zu akzeptieren.) | **5** |
| | **Teil 2 Gesamt** | **48** |
| | **Gesamt** | **72** |