

# Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Grundlegendes  
Anforderungsniveau

**2023**

Mathematik (A)

## Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_

Datum: 31.05.2023

## Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

### Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **40 Minuten**

*(30 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 10 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)*

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

### Teil 2 – Drei umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **80 Minuten**

*(60 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 20 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)*

**Taschenrechner** und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Bearbeite **alle drei** Aufgaben.
- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

### Aufgabe 1 (Pflichtaufgabe): Gewichtheben

Im Fitness-Studio werden Gewichte an Geräten gehoben.

Am Gerät A hebt man immer das Anfangsgewicht von 5 kg.

Zum Anfangsgewicht kann man mit einem Stecker Gewichtsscheiben hinzufügen (siehe Abbildung 1).

Die Gewichtsscheiben bei Gerät A wiegen jeweils 2,5 kg.

In der Abbildung unten steckt der Stecker in der **vierten** Gewichtsscheibe. Es muss ein Gesamtgewicht von 15 kg angehoben werden.

- a) Peter steckt den Stecker in die **siebte** Gewichtsscheibe.

Gib an, wie viel Gesamtgewicht er anhebt.

*/2 Punkte*

- b) Jason steckt den Stecker sogar in die **zwölfte** Gewichtsscheibe.

Berechne, wie viel Gesamtgewicht er anhebt.

*/2 Punkte*



Abbildung 1

- c) Das größtmögliche Gesamtgewicht bei Gerät A ist 67,5 kg.

Ermittle, wie viele Gewichtsscheiben Gerät A hat.

*/4 Punkte*

- d) Kreuze an, welche Funktionsgleichung das Gesamtgewicht in Abhängigkeit der Anzahl der Gewichtsscheiben bei Gerät A beschreibt.

$x$  steht für die Anzahl der Gewichtsscheiben und  $f(x)$  für das Gesamtgewicht in kg.

$f(x) = 5x + 2,5$

$f(x) = (5 + 2,5) x$

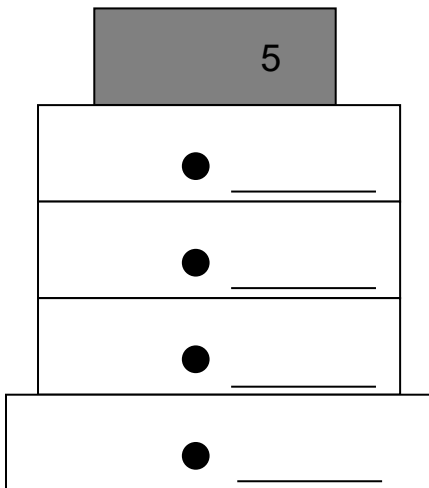
$f(x) = 2,5x + 5$

$f(x) = 2,5x + 5x$

$f(x) = 2,5 + 5$

keine Angabe ist richtig

*/1 Punkt*



- e) Bei Gerät B sind die Gewichtsscheiben schwerer. In der Skizze sieht man das Anfangsgewicht von 5 kg und die ersten vier Gewichtsscheiben. Die ersten drei Gewichtsscheiben wiegen jeweils 7,5 kg, die vierte sogar 12,5 kg. Schreibe die entsprechenden Angaben für das Gesamtgewicht auf die Striche in der Skizze (so wie in Abbildung 1).

/3 Punkte

- f) Bei Hanteln werden Hantelscheiben auf eine Stange geschoben. Dabei achtet man darauf, dass links und rechts jeweils das gleiche Gewicht ist. Die **Stange** allein wiegt **12,5 kg**. In dem Fitness-Studio gibt es viele Hantelscheiben, und zwar:  
10 kg-Scheiben; 5 kg-Scheiben; 1,25 kg-Scheiben  
Gib eine Möglichkeit an, wie man Hantelscheiben auf beiden Seiten der Stange gleichmäßig so verteilen kann, dass man **insgesamt** 50 kg anhebt.

/4 Punkte

### Aufgabe 2: Euro-Münzen

36 Ein-Euro-Münzen aus verschiedenen Ländern werden mit der Zahl nach oben auf ein quadratisches Spielfeld gelegt (siehe Abbildung). Auf der Rückseite jeder Münze ist das Motiv des jeweiligen Landes abgebildet.



Von den 36 Münzen sind:

- 18 Münzen aus Deutschland („D“)
- 9 Münzen aus Italien („I“)
- 7 Münzen aus Portugal („P“)
- 2 Münzen aus Frankreich („F“)

a) Eine Münze wird zufällig ausgewählt und umgedreht.

Kreuze an.

Behauptung	wahr	falsch
Die Wahrscheinlichkeit, dass die umgedrehte Münze aus Deutschland kommt, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus Italien kommt.		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 25 %.		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland oder eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt zusammen $\frac{2}{3}$ .		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist doppelt so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal umzudrehen.		

/4 Punkte

Nun werden **zwei** Münzen zufällig ausgewählt und umgedreht.

b) Zunächst werden nicht Wahrscheinlichkeiten betrachtet, sondern mögliche Kombinationen.

Die Reihenfolge, in der die beiden Münzen umgedreht werden, wird nicht beachtet.

- Eine Möglichkeit wäre „DD“ (beide Münzen aus Deutschland).
- Eine andere wäre „PI“ (eine Münze aus Portugal und eine Münze aus Italien).

Schreibe alle 10 Möglichkeiten auf.

/3 Punkte

Bei den folgenden Aufgabenteilen geht es um Wahrscheinlichkeiten.

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide umgedrehten Münzen aus Italien kommen.

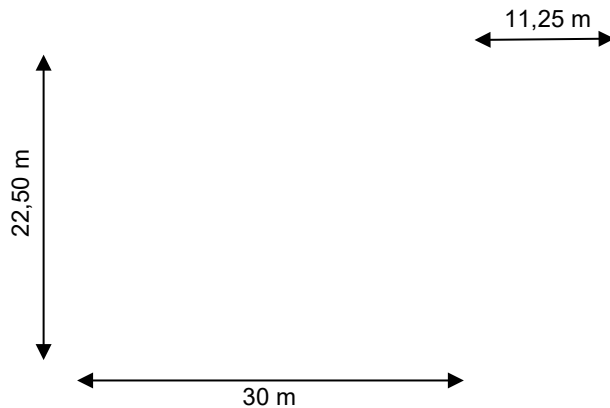
*/3 Punkte*

- d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine der umgedrehten Münzen aus Frankreich kommt und die andere aus Portugal kommt.

*/3 Punkte*

- e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keine der beiden umgedrehten Münzen aus Deutschland kommt.

*/3 Punkte*

**Aufgabe 3: Schulgarten**

An einer Oberschule soll ein Schulgarten entstehen. Die Schüler haben die Aufgabe, diesen Garten anzulegen.

An eine rechteckige Rasenfläche schließt sich ein halbkreisförmiges Blumenbeet an.

- a) Die rechteckige Rasenfläche wird zuerst angelegt. Dazu muss die Fläche mit einer Schnur außen begrenzt werden.

Berechne, wie lang die Schnur mindestens sein muss.

*/2 Punkte*

- b) Es gibt Packungen mit je 1 kg Rasensamen. Damit kann eine ca. 50 m<sup>2</sup> große Rasenfläche angelegt werden.

Berechne die Kosten in Euro, wenn eine Packung Rasensamen 9 € kostet.

*/4 Punkte*

- c) Das halbkreisförmige Blumenbeet soll mit Blumenerde befüllt werden.

Dazu wird das Blumenbeet 20 cm tief ausgehoben.

Berechne das Volumen der benötigten Blumenerde.

*/5 Punkte*

- d) Das Blumenbeet soll mit Steinen umrandet werden (siehe Abbildung). Für einen Meter Umrandung benötigt man 10 Steine.

Berechne, wie viele Steine für die Umrandung des Beetes benötigt werden.

*/5 Punkte*



**Aufgabe 4: Hundehütte**

Bellos Hundehütte hat ein Satteldach. Dieses besteht aus zwei gleich großen rechteckigen Dachflächen.

Die Abbildungen sind nicht maßstabsgetreu.

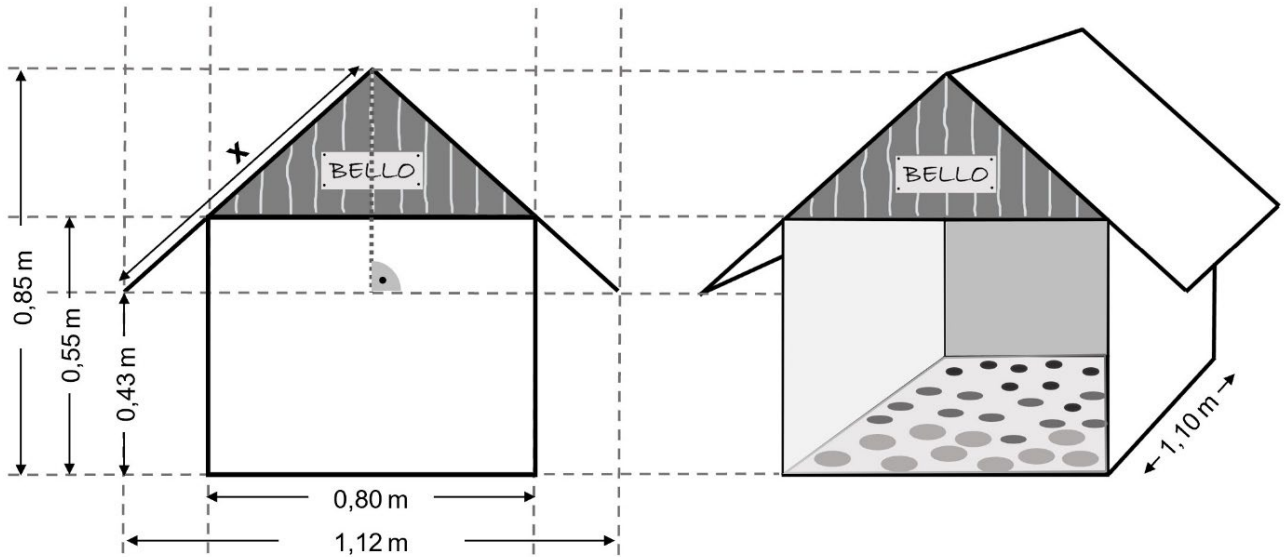


Abb. 1

- a) Berechne den Flächeninhalt der gepunkteten rechteckigen Bodenfläche der Hundehütte.

/2 Punkte

- b) Berechne den Flächeninhalt des dreieckigen Holzgiebels

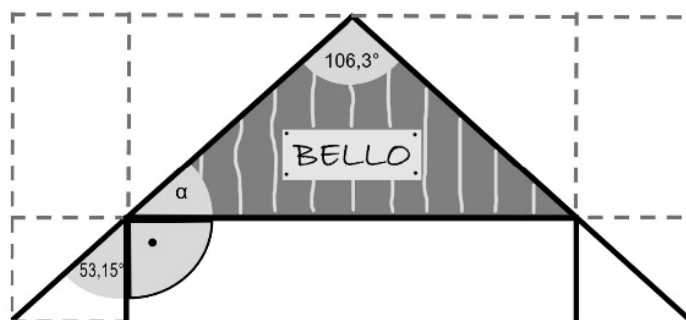


/4 Punkte

- c) Berechne eine Giebellänge  $x$  (siehe Abbildung 1).

/5 Punkte

- d) Bestimme den Winkel  $\alpha$  ohne zu messen und gib deinen Lösungsweg an.



/2 Punkte

- e) Berechne das Volumen des Fressnapfs.

Die Innenmaße sind angegeben.

*/3 Punkte*

# **Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I**

Grundlegendes  
Anforderungsniveau

**2023**

Mathematik (A)

**Hinweise und Lösungen  
– für Lehrkräfte –**

## 1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

### a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es drei Wahlaufgaben aus den Bereichen Stochastik („Euro-Münzen“), Geometrie I („Schulgarten“) und Geometrie II („Hundehütte“), von denen zwei vorher ausgewählt werden müssen. Dies geschieht für alle Schüler:innen einer Klasse/ Lerngruppe einheitlich durch die Fachlehrkraft.

### b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Die reguläre Bearbeitungszeit der Aufgaben beträgt 90 Minuten. Aufgrund der Auswirkungen der Pandemie-Situation wird allen Schüler:innen eine zusätzliche Arbeitszeit von 30 Minuten gewährt, so dass die **Bearbeitungszeit in diesem Schuljahr insgesamt 120 Minuten** beträgt (vgl. Mitteilung Nr. 29/2023 der SKB vom 30.01.2023):

Für den **Teil 1** sind somit insgesamt **40 Minuten** vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der **Teil 2** umfasst eine Bearbeitungszeit von insgesamt **80 Minuten**. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schüler:innen erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schüler:innen müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

## 2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet. Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

### Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

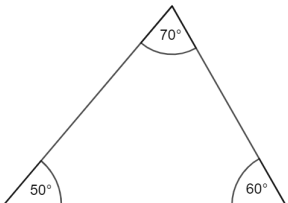
## 3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

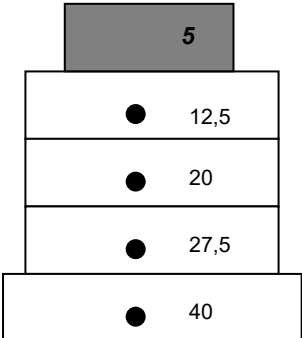
Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Hinweise für Lehrkräfte einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Ergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Hinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.



Bei eventuellen Nachfragen steht Ihnen der folgende Kollege am Prüfungstag telefonisch zur Verfügung:

Teil 1						Punkte	
1	a)	Ein Viertel von 1280 € =	415 €	320 €	350 €	340 €	6
	b)	$0,74 \cdot 0,4 =$	0,296	0,0296	29,6	2,96	
	c)	Die Formel für den Umfang eines Rechtecks mit den Seiten a und b lautet:	$a + b$	$a^2 + b^2$	$a \cdot b$	$2a + 2b$	
	d)	Addiere zum Fünffachen der Zahl x ein Viertel der Zahl x und addiere 4.	$5 + \frac{1}{4} \cdot x + 4$	$5 \cdot x + 4 \cdot x + 4$	$5 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 4$	$5 \cdot x + \frac{1}{4} + 4$	
	e)	$4^3 =$	128	12	64	32	
	f)	$500 - 2 \cdot (8 - 3) =$	481	487	490	478	
2	a)	240 mm =	<u>24</u> cm				3
b)	3,3 t =	<u>3300</u> kg					
c)	$4 \frac{1}{2}$ Jahre =	<u>54</u> Monate					
3	Saubere Zeichnung. Abweichungen von $\pm 1^\circ$ sind akzeptabel.						2
4	Es werden <b>12 Pumpen</b> benötigt.						
5	a)	Spannweite: <b>6 m<sup>3</sup></b>				2	
b)	Durchschnittsverbrauch: <b>14 m<sup>3</sup></b>						
6	$x = 25$					2	
7	Man muss <b>120 €</b> weniger bezahlen.					2	
8	Es sind <b>28</b> Würfel.					1	
9	E5:	<b>C5 * D5</b>	oder eine andere korrekte zellenbezogene Formel.			2	
F8:	<b>E5 + E6 + E7</b>	oder eine andere korrekte zellenbezogene Formel.					
10	a)	Saubere Zeichnung				2	
b)	$g(x) = \frac{2}{3}x + 4$						
<b>Teil 1 Gesamt</b>						<b>24</b>	

Teil 2		Punkte															
<b>1. Gewichtheben (Pflichtaufgabe)</b>		<b>Gesamt 16</b>															
a)	$5 + 7 \cdot 2,5 = 22,5$ (oder mit Hilfe der Abbildung: $20 + 2,5 = 22,5$ ) Peter hebt <b>22,5 kg</b> .	2															
b)	$5 + 12 \cdot 2,5 = 35$ Jason hebt <b>35 kg</b> .	2															
c)	$67,5 - 5 = 62,5$ (Gesamtgewicht der Scheiben) $62,5 : 2,5 = 25$ Das Gerät hat <b>25 Gewichtsscheiben</b> .	4															
d)	<input type="checkbox"/> $f(x) = 5x + 2,5$ <input type="checkbox"/> $f(x) = (5 + 2,5) x$ <input checked="" type="checkbox"/> $f(x) = 2,5x + 5$ <input type="checkbox"/> $f(x) = 2,5x + 5x$ <input type="checkbox"/> $f(x) = 2,5 + 5$ <input type="checkbox"/> keine Angabe ist richtig	1															
e)	 <p>Jeder Rechenfehler führt zu einem Punkt Abzug.</p>	3															
f)	Die Hantelscheiben müssen 37,5 kg wiegen, auf jeder Seite also 18,75 kg. Daraus ergibt sich: Auf jeder Seite muss man <b>eine 10 kg-Scheibe, eine 5 kg-Scheibe und drei 1,25 kg-Scheiben</b> anbringen. (Alternativ können schwere Scheiben durch mehrere leichtere Scheiben ersetzt werden.)	4															
<b>2. Euro-Münzen</b>		<b>Gesamt 16</b>															
a)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Behauptung</th> <th>wahr</th> <th>falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze aus Deutschland kommt, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus Italien kommt.</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 25 %.</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland oder eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt zusammen <math>\frac{2}{3}</math>.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist doppelt so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal umzudrehen.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> </tbody> </table>	Behauptung	wahr	falsch	Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze aus Deutschland kommt, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus Italien kommt.	X		Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 25 %.	X		Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland oder eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt zusammen $\frac{2}{3}$ .		X	Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist doppelt so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal umzudrehen.		X	4
	Behauptung	wahr	falsch														
	Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze aus Deutschland kommt, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus Italien kommt.	X															
	Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 25 %.	X															
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland oder eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt zusammen $\frac{2}{3}$ .		X															
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist doppelt so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal umzudrehen.		X															
b)	DD; DI; DP; DF II; IP; IF PP; PF FF	3															

c)	$P(\text{„Beide Münzen kommen aus Italien“}) = \frac{9}{36} \cdot \frac{8}{35} = \frac{2}{35} \approx 0,057 = 5,7\%$	3
d)	$P(\text{„Eine Münze aus Frankreich und eine Münze aus Portugal“}) = 2 \cdot \frac{2}{36} \cdot \frac{7}{35} = \frac{1}{45} \approx 0,022 = 2,2\%$	3
e)	$P(\text{„Keine der beiden Münzen kommt aus Deutschland“}) = \frac{18}{36} \cdot \frac{17}{35} = \frac{17}{70} \approx 0,243 = 24,3\%$ Alternativ: Berechnung über Gegenwahrscheinlichkeit: $P(\text{„Keine der beiden Münzen kommt aus Deutschland“}) = 1 - P(\text{„Eine oder zwei Münzen kommen aus Deutschland“}) = 1 - \frac{18}{36} \cdot \frac{18}{35} \cdot 2 - \frac{18}{36} \cdot \frac{17}{35}$	3
<b>3. Schulgarten</b>		<b>Gesamt 16</b>
a)	$u = 30 + 30 + 22,5 + 22,5 = 105$ Die Schnur muss eine Länge von mind. <b>105 m</b> haben.	2
b)	$A = 30 \cdot 22,5 = 675$ Flächeninhalt des Rasens: 675 m <sup>2</sup> $675 : 50 = 13,5 \Rightarrow 14$ Packungen $14 \cdot 9 = 126$ Die Kosten betragen <b>126 €</b> .	4
c)	$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot 11,25^2 \approx 397,61$ $A_{\text{Halbkreis}} = 397,61 : 2 \approx 198,81$ $V = 198,81 \cdot 0,2 \approx 39,76$ Das Volumen der benötigten Blumenerde beträgt <b>39,76 m<sup>3</sup></b> .	5
d)	$U_{\text{Kreis}} = 22,5 \cdot \pi \approx 70,69$ $U_{\text{Halbkreis}} = 70,69 : 2 = 35,345$ $U_{\text{Halbkreisbeet}} = 35,345 + 22,5 = 57,845$ $57,845 \cdot 10 = 578,45$ $\Rightarrow 578$ oder 579 Steine Man benötigt für die Umrandung des Beetes <b>578 oder 579 Steine</b> .	5
<b>4. Hundehütte</b>		<b>Gesamt 16</b>
a)	$A = 0,8 \text{ m} \cdot 1,1 \text{ m} = \mathbf{0,88 \text{ m}^2}$	2
b)	$h_{\text{Dreieck}} = 0,85 \text{ m} - 0,55 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$ $A_{\text{Dreieck}} = \frac{0,8 \cdot 0,3}{2} = 0,12$ $A_{\text{Dreieck}} = \mathbf{0,12 \text{ m}^2}$	4

c)	$0,85\text{ m} - 0,43\text{ m} = 0,42\text{ m}$ $1,12\text{ m} : 2 = 0,56\text{ m}$ $x = \sqrt{0,42^2 + 0,56^2} = 0,7 \quad x = 0,7\text{ m}$  Die Giebellänge x beträgt <b>0,7 m</b> .	<b>5</b>
d)	Zum Beispiel: $\alpha = (180^\circ - 106,3^\circ) : 2 = \mathbf{36,85^\circ}$ oder $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 53,15^\circ = \mathbf{36,85^\circ}$	<b>2</b>
e)	$V = \pi \cdot 11^2 \cdot 8 \Rightarrow \mathbf{V \approx 3041\text{ cm}^3}$	<b>3</b>
<b>Teil 2 Gesamt</b>		<b>48</b>
<b>Gesamt</b>		<b>72</b>





