

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2023

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: _____

Klasse: _____

Datum: 31.05.2023

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **40 Minuten**

(30 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 10 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Drei umfangreichere Aufgaben

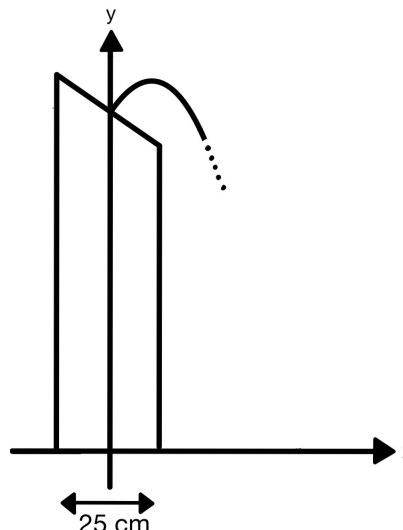
Bearbeitungsdauer **80 Minuten**

(60 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 20 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Bearbeite **alle drei** Aufgaben.
- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1 (Pflichtaufgabe): Trinkwasserbrunnen

In der Stadt Bremen gibt es fünf Trinkwasserbrunnen.

Einer davon steht beim Elefanten im Nelson-Mandela-Park in der Nähe des Hauptbahnhofs. Der Brunnen wurde in Form einer Säule aufgestellt (siehe Abbildung oben links).

Der Wasserstrahl des Brunnens verläuft parabelförmig und kann mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = -0,08x^2 + 1,6x + 98$$

in einem Koordinatensystem dargestellt werden (siehe Skizze oben rechts).

x und $f(x)$ werden in Zentimetern angegeben.

Die x -Achse verläuft entlang des Erdbodens. Die y -Achse verläuft senkrecht mittig durch die Säule.

a) Gib an, in welcher Höhe das Wasser aus der Säule austritt. /2 Punkte

b) Zeige, dass das Wasser in einer Entfernung von ca. 33,9 cm zur Säule auf den Boden trifft.

/4 Punkte

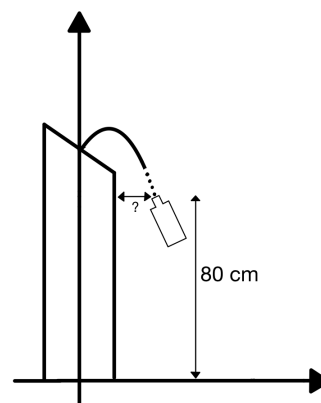
c) Berechne, in welcher Höhe der Wasserstrahl seinen höchsten Punkt erreicht.

/5 Punkte

d) Eine Person möchte ihre Trinkflasche befüllen.

Die Trinkflasche wird in einer Höhe von 80 cm festgehalten.

Berechne, welchen Abstand die Flasche zu der Säule hat.



/5 Punkte

Aufgabe 2: Euro-Münzen

36 Ein-Euro-Münzen aus verschiedenen Ländern werden mit der Zahl nach oben auf ein quadratisches Spielfeld gelegt (siehe Abbildung).

Auf der Rückseite jeder Münze ist das Motiv des jeweiligen Landes abgebildet.



Von den 36 Münzen sind:

- 18 Münzen aus Deutschland („D“)
- 10 Münzen aus Italien („I“)
- 5 Münzen aus Portugal („P“)
- 2 Münzen aus Belgien („B“)
- 1 Münze aus dem Vatikan („V“)

a) Eine Münze wird zufällig ausgewählt und umgedreht.

Kreuze an.

Behauptung	wahr	falsch
Die Wahrscheinlichkeit, dass die umgedrehte Münze aus Deutschland kommt, ist am größten.		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 43,5%.		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal oder eine Münze aus Belgien umzudrehen, beträgt zusammen $\frac{1}{6}$.		
Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist 1,8 mal so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen.		

/4 Punkte

Nun werden zwei Münzen zufällig ausgewählt und umgedreht.

- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Münzen aus Portugal kommen.

/3 Punkte

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine der beiden Münzen die aus dem Vatikan ist.

/3 Punkte

- d) Bei dieser Teilaufgabe werden nicht Wahrscheinlichkeiten betrachtet, sondern mögliche Kombinationen.

Die Reihenfolge, in der die beiden Münzen umgedreht werden, wird nicht beachtet.

Eine Möglichkeit wäre „DD“ (beide Münzen aus Deutschland).

Eine andere wäre „PB“ (eine Münze aus Portugal und eine Münze aus Belgien).

Schreibe alle Möglichkeiten auf.

/3 Punkte

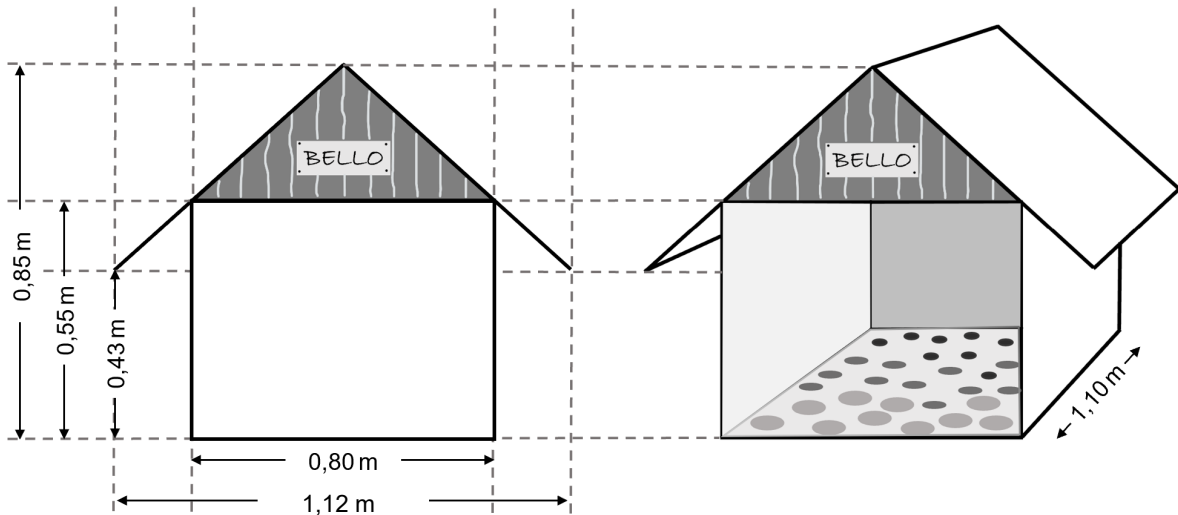
Jetzt werden drei Münzen umgedreht.

- e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der drei Münzen aus Deutschland kommt.

/3 Punkte

Aufgabe 3: Hundehütte

Bellos Hundehütte hat ein Satteldach, das aus zwei gleich großen, rechteckigen Dachflächen besteht. Die Zeichnungen sind nicht maßstabsgetreu.

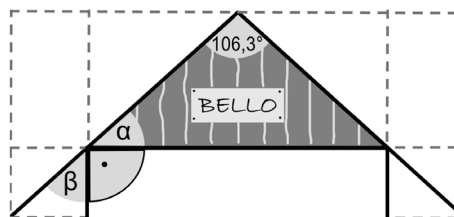


a) Berechne den Flächeninhalt des dreieckigen Holzgiebels



/3 Punkte

b) Bestimme die Winkel α und β ohne zu messen.
Gib deinen Lösungsweg an.

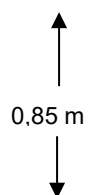


/3 Punkte

c) Berechne den Flächeninhalt einer der beiden rechteckigen Dachflächen.

/4 Punkte

d) Durch den Schattenwurf der Hundehütte liegt Bello gerade noch in der Sonne.
Berechne seinen Abstand zur Hundehütte.



/4 Punkte

e) Bellos Fressnapf hat die Form einer

Halbkugel und fasst genau einen Liter.

Berechne die Höhe x .

Vernachlässige dabei die Dicke des Materials.

/2 Punkte

Aufgabe 4: Elefanten

Afrikanische Elefanten sind durch Eingriffe in ihren Lebensraum und Wilderei vom Aussterben bedroht.

1970 gab es in Afrika noch 1,5 Mio Elefanten.

Der Bestand fiel dann exponentiell und nahm jährlich um 2,5% ab.

- a) Berechne den Bestand an afrikanischen Elefanten im Jahr 2022.

/2 Punkte

- b) Es ist zu befürchten, dass die jährliche Abnahme auch in Zukunft bei 2,5% bleibt. Ermittle, in welchem Jahr der Elefantenbestand in Afrika auf unter 250 000 gesunken sein wird.

/4 Punkte

- c) Vor 1970 war die jährliche Abnahme 2%. Berechne, wie groß der Bestand im Jahr 1960 war.

/3 Punkte

- d) Besonders dramatisch ist die exponentielle Abnahme der afrikanischen Waldelefanten. Im Jahr 2002 gab es 270 000 Waldelefanten, im Jahr 2011 nur noch 100 000. Berechne, um wie viel Prozent in diesem Zeitraum der Bestand jährlich abgenommen hat.

/4 Punkte

Auch die afrikanischen Savannenelefanten werden weniger, allerdings ist der Rückgang weniger stark als bei den Waldelefanten. In einigen Regionen im südlichen Afrika gelingt es sogar, den Bestand wieder zu vergrößern.

- e) Im Jahr 2015 lebten in einer Region 25 350 Savannenelefanten. Zunächst nahm der Bestand bis 2019 jährlich um 2,2% ab, in den folgenden Jahren nahm er jedoch jährlich um 2,2% zu. Ermittle, wie hoch der Bestand demnach voraussichtlich im Jahr 2023 ist.

/3 Punkte

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2023

Mathematik (A)

**Hinweise und Lösungen
– für Lehrkräfte –**

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es drei Wahlaufgaben aus den Bereichen Stochastik („Euro-Münzen“), Geometrie („Hundehütte“) und Exponentieller funktionaler Zusammenhang („Elefanten“), von denen zwei vorher ausgewählt werden müssen. Dies geschieht für alle Schüler:innen einer Klasse/ Lerngruppe einheitlich durch die Fachlehrkraft.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Die reguläre Bearbeitungszeit der Aufgaben beträgt 90 Minuten. Aufgrund der Auswirkungen der Pandemie-Situation wird allen Schüler:innen eine zusätzliche Arbeitszeit von 30 Minuten gewährt, so dass die **Bearbeitungszeit in diesem Schuljahr insgesamt 120 Minuten** beträgt (vgl. Mitteilung Nr. 29/2023 der SKB vom 30.01.2023):

Für den **Teil 1** sind somit insgesamt **40 Minuten** vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der **Teil 2** umfasst eine Bearbeitungszeit von insgesamt **80 Minuten**. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schüler:innen erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schüler:innen müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet. Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Hinweise für Lehrkräfte einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Ergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Hinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.



Bei eventuellen Nachfragen steht Ihnen der folgende Kollege am Prüfungstag telefonisch zur Verfügung:

Teil 1					Punkte		
1	a)	$5^3 =$	15	25	225	125	6
	b)	$18,6 \cdot 0,3 =$	0,558	55,8	5,58	0,0558	
	c)	Länge einer Diagonalen eines Rechtecks mit den Seiten a und b.	$\frac{1}{2}(a + b)$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$2a + 2b$	$\sqrt{a^2 - b^2}$	
	d)	Subtrahiere von der Hälfte der Zahl x das Doppelte der Zahl x. Dann erhältst du - 4.	$0,5 - 2 = -4$	$2x - 0,5 = -4x$	$2 - 0,5 = -4x$	$0,5x - 2x = -4$	
	e)	Ein Viertel von 2,72 cm =	0,68 cm	0,43 cm	0,96 cm	0,98 cm	
	f)	$20x - 2 \cdot (4 - 2x) =$	$24x + 8$	$18x + 8$	$24x - 8$	$18x - 8$	
2	a)	$2,5 \text{ cm}^2 =$	<u>250</u> mm ²			3	
	b)	$270 \text{ min} =$	<u>4</u> h und <u>30</u> min				
	c)	$4200 \text{ kg} =$	<u>4,2</u> t				
3	Saubere Zeichnung. Der Umfang beträgt U = 20 cm .					2	
4	Zwölf Maschinen produzieren in fünf Minuten 1200 Schrauben.					3	
5	a) Durchschnittsverbrauch: 14 m³ b) Im Mai wurden 9 m³ verbraucht.					3	
6	Die Kosten betragen vor der Erhöhung 600 € .					2	
7	$26 + 6 \cdot 4 = 50$ Es werden also 50 Würfel benötigt.					1	
8	C6: B6 - B5 oder eine andere korrekte zellenbezogene Formel. E6: C6 * D6 oder eine andere korrekte zellenbezogene Formel.					2	
9	$g(x) = \frac{2}{3}x + 3$					2	
Teil 1 Gesamt					24		

Teil 2		Punkte		
1. Trinkwasserbrunnen (Pflichtaufgabe)		Gesamt 16		
a)	Setzt man $x = 0$, entsteht folgende Gleichung: $f(0) = -0,08 \cdot 0^2 + 1,6 \cdot 0 + 98 = 98$ Also tritt das Wasser aus einer Höhe von 98 cm aus der Säule aus.	2		
b)	Zunächst muss die Breite der Säule bis zur y-Achse (12,5 cm) zu dem Abstand in Höhe von 33,9 cm addiert werden: $33,9 + 12,5 = 46,4$ $f(46,4) = -0,08 \cdot 46,4^2 + 1,6 \cdot 46,4 + 98 \approx 0$ Alternativ: Berechnung der Nullstellen und die 12,5 cm der Säule subtrahieren. $-0,08x^2 + 1,6x + 98 = 0$ $\Rightarrow x_1 \approx -26,4; x_2 \approx 46,4$ $46,4 - 12,5 = 33,9$ Das Wasser trifft in 33,9 cm Entfernung zur Säule auf dem Boden auf.	4		
c)	Scheitelpunkt berechnen: S (10/106) Der Wasserstrahl erreicht bei einer Höhe von 106 cm seinen höchsten Punkt.	5		
d)	$y = 80$ $80 = -0,08x^2 + 1,6x + 98$ $\Rightarrow x_1 \approx -8,03; x_2 \approx 28,03$ $28,03 - 12,5 = 15,53$ Die Flasche hat einen Abstand von 15,53 cm zur Säule.	5		
2. Euro-Münzen		Gesamt 16		
a)	Behauptung	wahr	falsch	4
	Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze aus Deutschland kommt, ist am größten.	X		
	Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen, beträgt 43,5%.		X	
	Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Portugal oder eine Münze aus Belgien umzudrehen, beträgt zusammen $\frac{1}{6}$.		X	
b)	Die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Deutschland umzudrehen, ist 1,8 mal so hoch wie die Wahrscheinlichkeit, eine Münze aus Italien umzudrehen.	X		
b)	$P(\text{„Beide Münzen aus Portugal“}) = \frac{5}{36} \cdot \frac{4}{35} = \frac{1}{63} \approx 0,016 = 1,6\%$			3

c)	$P(\text{„Eine der beiden Münzen aus dem Vatikan“}) = 2 \cdot \frac{1}{36} \approx 0,056 = 5,6\%$	3
d)	DD; DI; DP; DB; DV (Insgesamt 14 Möglichkeiten) II; IP; IB; IV PP; PB; PV BB; BV	3
e)	$P(\text{„Mindestens eine der drei Münzen aus Deutschland“})$ $= 1 - P(\text{„Keine der drei Münzen aus Deutschland“}) = 1 - \frac{18}{36} \cdot \frac{17}{35} \cdot \frac{16}{34} = \frac{31}{35} \approx 0,886 = 88,6\%$	3
3. Hundehütte		Gesamt 16
a)	$h_{\text{Dreieck}} = 0,85 \text{ m} - 0,55 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$ $A_{\text{Dreieck}} = \frac{0,8 \cdot 0,3}{2} = 0,12$ $A_{\text{Dreieck}} = \mathbf{0,12 \text{ m}^2}$	3
b)	Zum Beispiel: $\alpha = (180^\circ - 106,3^\circ) : 2 = \mathbf{36,85^\circ}$ $\beta = 90^\circ - 36,85^\circ = \mathbf{53,15^\circ}$ oder $106,3^\circ : 2 = \mathbf{53,15^\circ}$ (Stufenwinkel)	3
c)	$0,85 \text{ m} - 0,43 \text{ m} = 0,42 \text{ m}$ $1,12 \text{ m} : 2 = 0,56 \text{ m}$ $x = \sqrt{0,42^2 + 0,56^2} = 0,7$ $A = 0,7 \cdot 1,1 = 0,77$ $A = \mathbf{0,77 \text{ m}^2}$	4
d)	$\tan(68^\circ) = \frac{x}{0,85} \Leftrightarrow x = \tan(68^\circ) \cdot 0,85 \approx \mathbf{2,1}$ Bello hat einen Abstand von ca. 2,1 m zur Hütte.	4
e)	$1000 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot x^3$ $477,64 \approx x^3$ $\mathbf{x \approx 7,82}$ Die Höhe des Fressnapfs beträgt ca. 7,8 cm.	2
4. Elefanten		Gesamt 16
a)	nach 52 Jahren: $1,5 \cdot 0,975^{52} \approx 0,402$, also 402 000 Elefanten oder ca. 400 000 Elefanten	2
b)	$0,25 = 1,5 \cdot 0,975^x \Rightarrow x \approx 70,8$ (durch Logarithmus oder probierende Verfahren) Im Jahr 2041 oder im Laufe des Jahres 2040 wird der Bestand auf unter 250 000 gesunken sein. Bei abweichender Rundung ggf. auch $x \approx 70$ akzeptabel, also "Im Jahr 2040" .	4

c)	$1,5 = a \cdot 0,98^{10} \Rightarrow a \approx 1,836$ 1960 betrug der Bestand ca. 1,836 Mio. Elefanten.	3
d)	$0,1 = 0,27 \cdot b^9 \Rightarrow b \approx 0,8955$ $1 - 0,8955 = 0,1045$ In diesem Zeitraum hat der Bestand jährlich um 10,45% abgenommen.	4
e)	$25350 \cdot 0,978^4 \cdot 1,022^4 \approx 25300,96$ Im Jahr 2023 ist der Bestand voraussichtlich bei 25 300 (oder 25 301) Savannenelefanten.	3
Teil 2 Gesamt		48
Gesamt		72

