

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

**Erweitertes
Anforderungsniveau**

2022

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: _____

Klasse: _____

Datum: 10.06.2022, 10:00 Uhr

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **40 Minuten**

(30 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 10 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Drei umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **80 Minuten**

(60 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 20 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung** sind erlaubt.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Bearbeite **alle drei** Aufgaben.
- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1 (Pflichtaufgabe): Brücke

Eine Brücke soll nach folgender Planung gebaut werden:

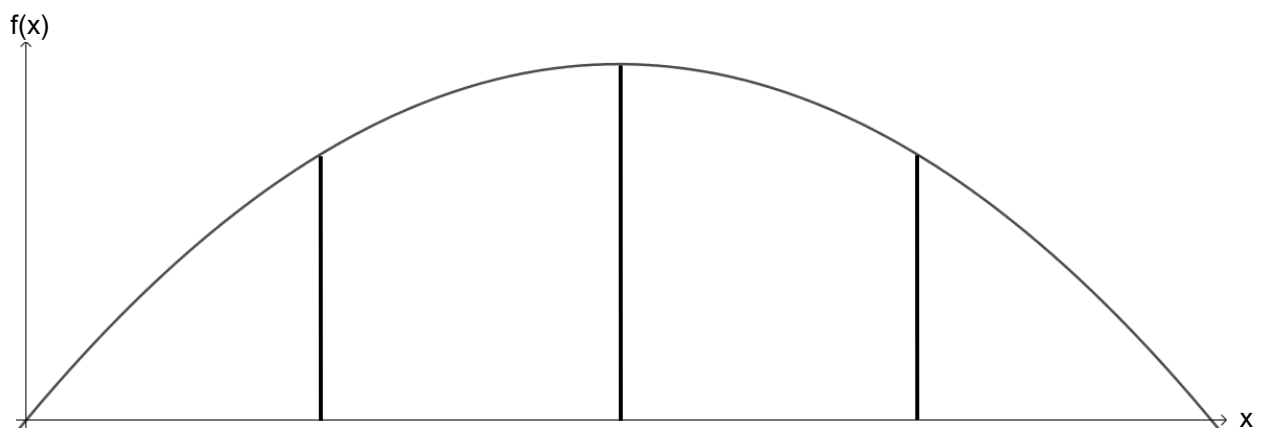
Der Brückenbogen wird durch die Funktion mit der Gleichung

$$f(x) = -0,06x^2 + 1,2x \text{ beschrieben.}$$

x und $f(x)$ werden in Metern angegeben.

In der folgenden Skizze ist der parabelförmige Brückenbogen eingezeichnet.

Zusätzlich sind drei senkrechte Stützen im Abstand von jeweils 5 m abgebildet.



- a) Berechne die Längen der drei Stützen.

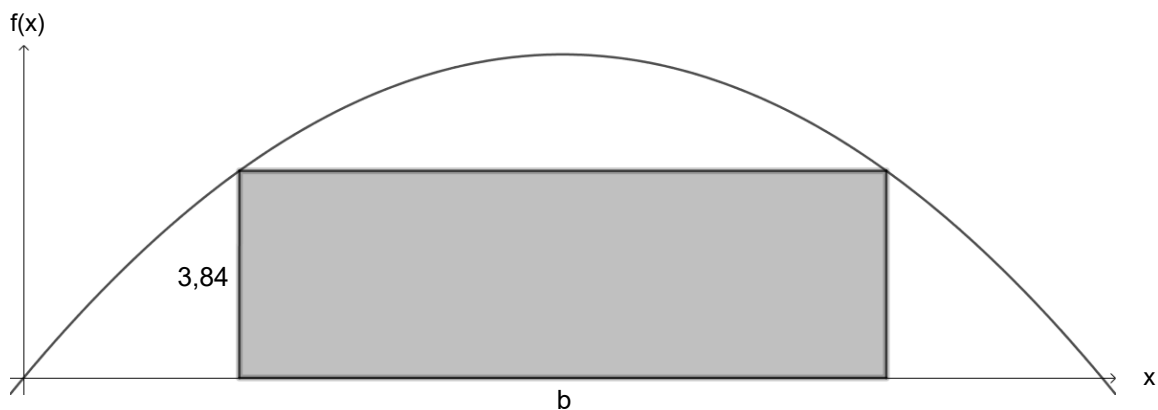
/4 Punkte

- b) Zeige, dass der Brückenbogen auch durch die Funktionsgleichung

$$g(x) = -0,06 \cdot ((x - 10)^2 - 100) \text{ beschrieben werden kann.}$$

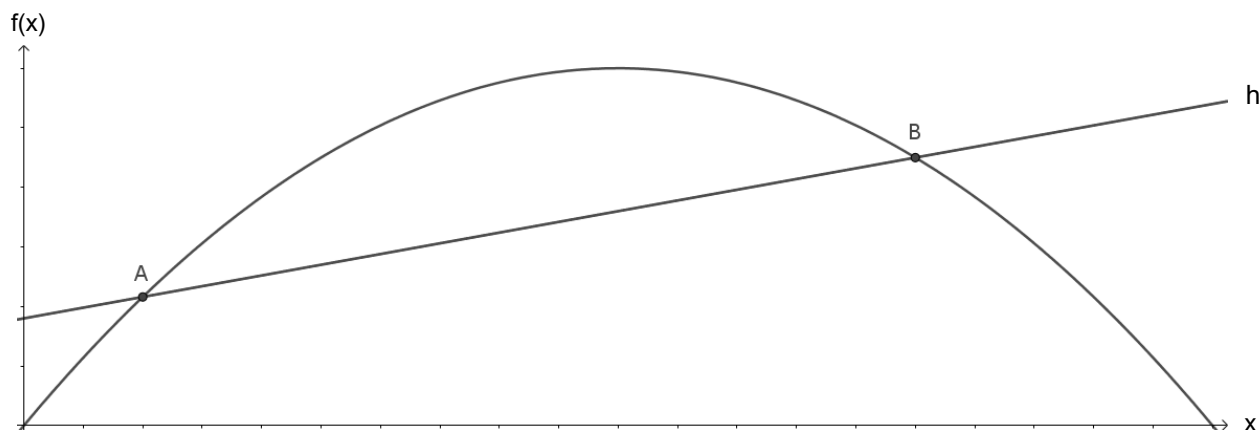
/3 Punkte

- c) An der Brücke soll eine rechteckige Werbetafel angebracht werden (siehe Abbildung). Die Tafel soll eine Höhe von 3,84 m haben und am Brückenbogen abschließen. Berechne die Breite b der Werbetafel.



/5 Punkte

- d) Zwischen den Punkten A und B soll ein Stahlseil gespannt werden. Der Verlauf des Stahlseils kann durch die Gerade mit der Gleichung $h(x) = 0,18x + 1,8$ beschrieben werden. Überprüfe **durch Rechnung**, ob der Schnittpunkt B die Koordinaten $(15 \mid 4,5)$ hat.



/4 Punkte

Aufgabe 2: Rubbellos

Auf einem Fest werden Rubbellose verteilt.

Ein Rubbellos hat 12 fest abgedeckte Felder, von denen man genau **zwei** Felder freirubbeln darf (siehe Abbildung 1).

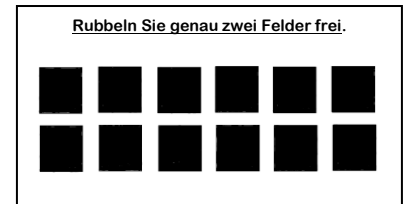


Abbildung 1

Wenn beide Felder den **gleichen** Euro-Betrag zeigen, bekommt man als Gewinn diesen Betrag ausgezahlt (siehe Abbildung 2).

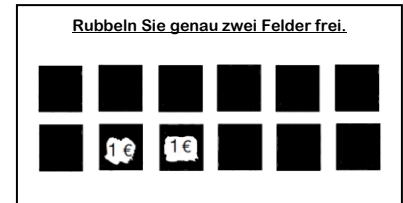
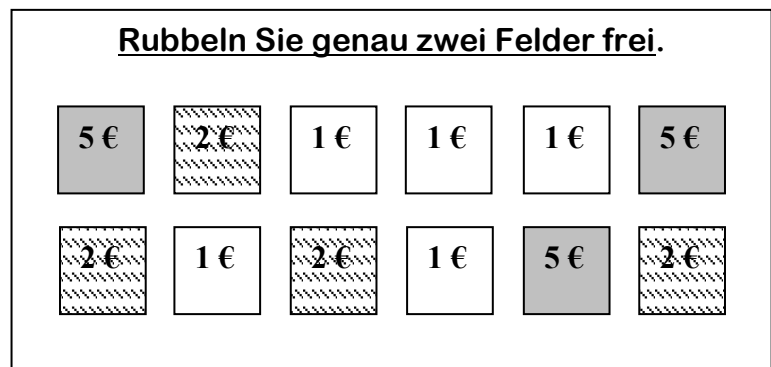


Abbildung 2: Gewinn 1 €

Bei jedem Rubbellos haben

- fünf Felder die Aufschrift „1 €“,
- vier Felder „2 €“ und
- drei Felder „5 €“.

In der großen Abbildung rechts sieht man ein Rubbellos, bei dem alle Felder freigerubbelt wurden.



- a) Emma hat ein Los und rubbelt **ein** Feld frei.

Gib die Wahrscheinlichkeit an, dass dies kein 5 €-Feld ist.

/2 Punkte

- b) Marina rubbelt auf ihrem Los **zwei** Felder frei.

Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit für einen 5 €-Gewinn ungefähr 4,5 % beträgt.

/3 Punkte

- c) Ben rubbelt auf seinem Los zwei Felder frei.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er nichts gewinnt.

/6 Punkte

- d) Weil zu viele Kunden gewinnen, werden die Regeln verschärft: Man muss nun drei Felder freirubbeln. Diese drei Felder müssen alle den gleichen Euro-Betrag zeigen, um den entsprechenden Gewinn zu erhalten.

Berechne nun die Wahrscheinlichkeit für einen 2 €-Gewinn.

/5 Punkte

Aufgabe 3: Evergreen

Das in Abbildung 1 zu sehende

„Evergreen“-Schiff gehört zu den größten Containerschiffen der Welt. Es kann über 20 000 Container befördern. Die Container werden auf dem Oberdeck gestapelt. Abb. 1

Die Fläche des Oberdecks wird vereinfacht als Rechteck mit angrenzendem gleichschenkligen Dreieck ABC dargestellt (siehe Abbildung 2).

- a) Auf dem rechteckigen Teil des Oberdecks werden 1 430 Container gestellt. Sie werden **nicht** übereinander gestapelt. Die Grundfläche eines Containers hat einen Flächeninhalt von ca. $14,9 \text{ m}^2$. Abb. 2
Berechne, wie groß die Fläche des rechteckigen Teils des Oberdecks ist, die **nicht** durch Container bedeckt wird.

/4 Punkte

- b) Berechne den Flächeninhalt des gesamten Oberdecks.

/4 Punkte

- c) Zeige durch Rechnung, dass die Länge der Strecke x ca. $38,8 \text{ m}$ beträgt.

/4 Punkte

Am 23. März 2021 durchfuhr ein „Evergreen“-Schiff den Sueskanal¹. Auf dieser Fahrt lief das Schiff auf Grund und drehte sich anschließend so, dass es den Sueskanal blockierte – siehe Abbildung 3.

- d) Berechne mit Hilfe der Angaben in Abbildung 3 die Breite des Sueskanals (entspricht Länge der Strecke $\overline{BD}$). Runde auf ganze Meter.

Hinweis: Der Punkt C liegt auf $\overline{BD}$.

/4 Punkte

Abb. 3

¹ Der Sueskanal ist eine enge Wasserstraße, die das Rote Meer mit dem Mittelmeer verbindet.

Aufgabe 4: Milchleistung

Die Milchmenge, die eine Kuh pro Jahr gibt, wird Milchleistung genannt. Die Milchleistung einer Kuh wird in kg pro Jahr angegeben (siehe Abbildung).

Die Milchleistung von Kühen in Deutschland wächst seit 1950 näherungsweise exponentiell. Die Funktion f mit der Gleichung

$$f(t) = 2349 \cdot 1,0187^t$$

modelliert dieses exponentielle Wachstum. Dabei steht t für die Zeit in Jahren ab 1950 ($t = 0$) und $f(t)$ für die Milchleistung in Kilogramm. Bei den folgenden Aufgabenteilen soll von dieser Modellierung ausgegangen werden.

- a) Zeige, dass eine Kuh im Jahr 1980 ca. 4095,17 kg Milch gegeben hat.

/3 Punkte

- b) Die Kühe von Bauer Behrend haben im Jahr 1980 ca. 1 Mio. kg Milch gegeben.

Berechne, wie viele Kühe Bauer Behrend im Jahr 1980 hatte.

/1 Punkt

- c) Berechne, in welchem Jahr die Kühe in Deutschland eine Milchleistung von 10 000 kg je Kuh erreichen werden.

/4 Punkte

- d) Im Jahr 2020 hat Bauer Behrend Einnahmen von 32,84 ct pro Liter Milch erzielt.

Ein Liter Milch wiegt ungefähr 1,03 kg.

Berechne, wieviel Einnahmen er im Jahr 2020 pro Kuh erzielen konnte.

/5 Punkte

- e) Bauer Hansen hat 500 Kühe. Welche **drei** der folgenden Funktionsgleichungen beschreiben die erzeugte Milchmenge seiner Kühe pro Jahr richtig? Kreuze an.

☐ $f(t) = 2349 \cdot 1,0187^{500 \cdot t}$

☐ $f(t) = 2349 \cdot 500 \cdot 1,0187^t$

☐ $f(t) = 2349 \cdot 1,0187 \cdot 500^t$

☐ $f(t) = 2349 \cdot 1,0187^t \cdot 500$

☐ $f(t) = 500 \cdot 2349 \cdot 1,0187^t$

☐ $f(t) = 2349 \cdot (500 \cdot 1,0187)^t$

/3 Punkte

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2022

Mathematik (A)

**Hinweise und Lösungen
– für Lehrkräfte –**

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es drei Wahlaufgaben aus den Bereichen Stochastik („Rubbellos“), Geometrie („Evergreen“) und Exponentieller funktionaler Zusammenhang („Milchleistung“), von denen zwei vorher ausgewählt werden müssen. Dies geschieht für alle Schüler:innen einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrkraft.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Die reguläre Bearbeitungszeit der Aufgaben beträgt 90 Minuten. Aufgrund der anhaltenden pandemischen Lage wird allen Schüler:innen eine zusätzliche Arbeitszeit von 30 Minuten gewährt:

Für den **Teil 1** sind somit insgesamt **40 Minuten** vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der **Teil 2** umfasst eine Bearbeitungszeit von insgesamt **80 Minuten**. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schüler:innen erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schüler:innen müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet. Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

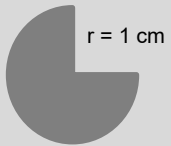
3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Hinweise für Lehrkräfte einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Ergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Hinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.



Bei eventuellen Nachfragen steht Ihnen der folgende Kollege am Prüfungstag telefonisch zur Verfügung:

Teil 1							Punkte
1	a)	$10,55 \cdot 0,78 =$	8,229	82,29	12,29	1,2299	6
	b)	$\frac{1}{8} + 0,5 =$	1,3	0,625	0,75	0,58	
	c)	Kreuze die größte Zahl an.	- 0,01	- 10 ³	- $\frac{1}{20}$	- 0,1	
	d)	Das Dreifache einer unbekannten Zahl wird um acht vermindert.	$8 - 3 \cdot x$	$3 \cdot (x - 8)$	$3 \cdot x - 8$	$(x + 3) - 8$	
	e)	 r = 1 cm Der Flächeninhalt der grauen Fläche beträgt	$2\pi \text{ cm}$	$\pi \text{ cm}^2$	$\frac{9}{16}\pi \text{ cm}^2$	$\frac{3}{4}\pi \text{ cm}^2$	
	f)	Für die Funktion f mit $f(x) = -0,5x^2 + 4$ gilt: Der Graph ist eine _____.	Gerade	nach oben geöffnete Parabel	gestauchte Parabel	gestreckte Parabel	
2	a) 1304 dm² b) 5620 g						2
3	Korrekte Zeichnung						1
4	1 cm entspricht 200 m Durch Messung ergibt sich eine Breite von ca. 600 m und eine Länge von ca. 1000 m (etwas länger wegen der Fläche unten rechts) Somit ergibt sich $A = 600 \cdot 1000 = 600\,000$ $A \approx 600\,000 \text{ m}^2$ (60 ha, 0,6 km ²) Alles zwischen 500 000 m ² und 750 000 m ² sollte, soweit schlüssig dokumentiert, als korrekt gewertet werden.						3
5	a) 5 Jahre b) 14 Jahre c) Damit das Durchschnittsalter 14 Jahre beträgt, muss die Summe des Alters 84 betragen. Somit muss der 14-jährigen Einwechselspieler für den 15-jährigen Stammspieler eingewechselt werden.						3
6	$x_1 = -9$ $x_2 = -3$						2
7	☐ $(a + b) \cdot (6 + 5)$ ☒ $(b + 5) \cdot (a + 6)$ ☐ $5 \cdot b \cdot 6 \cdot a$ ☒ $a \cdot b + 5 \cdot a + 6 \cdot b + 30$ ☐ $5 \cdot b + 6 \cdot a$						2
8	50 €						2
9	$S_1 = (-0,5 \mid 0)$ $S_2 = (0 \mid 2)$						2
10	D6 · 0,19 oder C7 · D6 oder andere korrekte zellenbezogene Formeln						1
Teil 1 Gesamt							24

Teil 2		Punkte
1. (Pflichtaufgabe) Brücke		Gesamt 16
a)	Stütze 1: $f(5) = 4,5$ Stütze 2: $f(10) = 6$ Stütze 3: $f(15) = 4,5$ Also sind zwei Stützen 4,5 m und eine Stütze 6 m lang.	4
b)	Zum Beispiel Umformung von g oder f, so dass sich $f(x) = g(x)$ konsistent ergibt.	3
c)	$f(x) = 3,84 \leftrightarrow -0,06x^2 + 1,2x = 3,84 \leftrightarrow x_1 = 4 \quad x_2 = 16$ Also ist an den Stellen $x_1 = 4$ und $x_2 = 16$ der Brückenbogen 3,84 m hoch. $b = 16 - 4 = 12$ Also ist die Werbetafel 12 m breit.	5
d)	$f(15) = 4,5$ $h(15) = 4,5$ Also hat der Schnittpunkt B die Koordinaten (15 4,5).	4
2. Rubbellos		Gesamt 16
a)	$p(\text{„kein 5 €-Feld“}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	2
b)	$p(\text{„5 €-Gewinn“}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{22} \approx 4,5\%$	3
c)	$p(\text{„Gewinn“}) = p(\text{„5 €-Gewinn“}) + p(\text{„2 €-Gewinn“}) + p(\text{„1 €-Gewinn“})$ $= \frac{1}{22} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{19}{66}$ $p(\text{„kein Gewinn“}) = 1 - p(\text{„Gewinn“}) = \frac{47}{66} \approx 71,2\%$	6
d)	$p(\text{„2 €-Gewinn“}) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{1}{55} \approx 1,8\%$	5
3. Evergreen		Gesamt 16
a)	Inhalt der rechteckigen Teilfläche des Oberdecks $O = 374,4 \cdot 58,5 = 21902,4$ Inhalt der von den Containern ausgefüllten Fläche: $1430 \cdot 14,9 = 21307$ Differenz der Flächeninhalte: $21902,4 - 21307 = 595,4$ Es werden also 595,4 m² nicht von Containern bedeckt.	4
b)	Flächeninhalt des Dreiecks ABC: $A_{\triangle ABC} = \frac{58,5 \cdot (399,95 - 374,4)}{2} \approx 747,3$ Flächeninhalt des gesamten Oberdecks = Inhalt der rechteckigen Teilfläche des Oberdecks + Flächeninhalt des Dreiecks ABC $\approx$ 22 649,7 m²	4

c)	Über Satz des Pythagoras: $x = \sqrt{(399,95 - 374,4)^2 + \left(\frac{58,5}{2}\right)^2} \approx 38,84$ Die Länge der Strecke x beträgt ca. 38,8 m .	4
d)	Breite des Sueskanals = $ \overline{CD} + \overline{BC} $ Länge der Strecke $\overline{CD}$ über Pythagoras: $ \overline{CD} = \sqrt{374,4^2 - 281,8^2} \approx 246,5$ oder über Tangens: $\tan(41,2) = \frac{ \overline{CD} }{281,8} \Rightarrow \overline{CD} \approx 246,7$ Länge der Strecke $\overline{BC} = x$. Die Breite des Sueskanals beträgt ca. 285 m (bzw. 286 m bei Lösungsweg über Tangens).	4
4. Milchleistung		Gesamt 16
a)	$2349 \cdot 1,0187^{30} \approx 4095,17$ Also hat eine Kuh ca. 4095,17 kg Milch erzeugt.	3
b)	$1\,000\,000 : 4095,17 \approx 244,19$ Er hatte 244 Kühe.	1
c)	$10\,000 = 2349 \cdot 1,0187^t \rightarrow t \approx 78,19$ (durch Logarithmus oder probierende Verfahren) Die Milchleistung von 10 000 kg wird im 79. Jahr überschritten, also im Jahr 2029 .	4
d)	$2349 \cdot 1,0187^{70} \approx 8592,60$ oder z.B.: $8250 \cdot 1,0187 \approx 8404,28$ $8592,60 : 1,03 \approx 8342,33$ $8404,28 : 1,03 \approx 8159,50$ $8342,33 \cdot 32,84 \approx 273\,962,12$ $8159,50 \cdot 32,84 \approx 267\,957,98$ Also 273 962,12 ct $\approx$ 2739,62 € 267 957,98 ct $\approx$ 2679,58 €	5
e)	$f(t) = 2349 \cdot 1,0187^{\frac{500-t}{2}}$ $f(t) = 2349 \cdot 500 \cdot 1,0187^t$ $f(t) = 2349 \cdot 1,0187 \cdot 500^{\frac{t}{2}}$ $f(t) = 2349 \cdot 1,0187^t \cdot 500$ $f(t) = 500 \cdot 2349 \cdot 1,0187^t$ $f(t) = 2349 \cdot (500 \cdot 1,0187)^{\frac{t}{2}}$	3
Teil 2 Gesamt		48
Gesamt		72