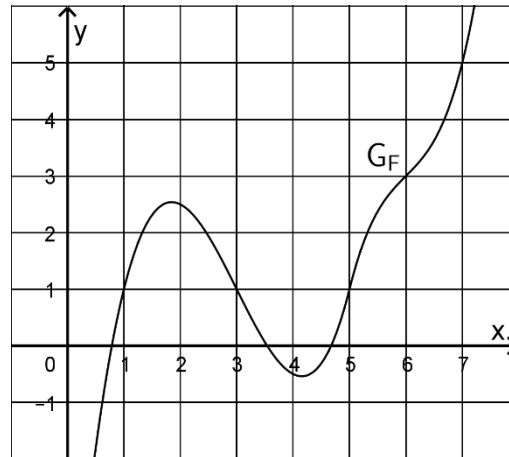


Teil 1 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und F , wobei F eine Stammfunktion von f ist. Die Abbildung zeigt den Graphen G_F von F .



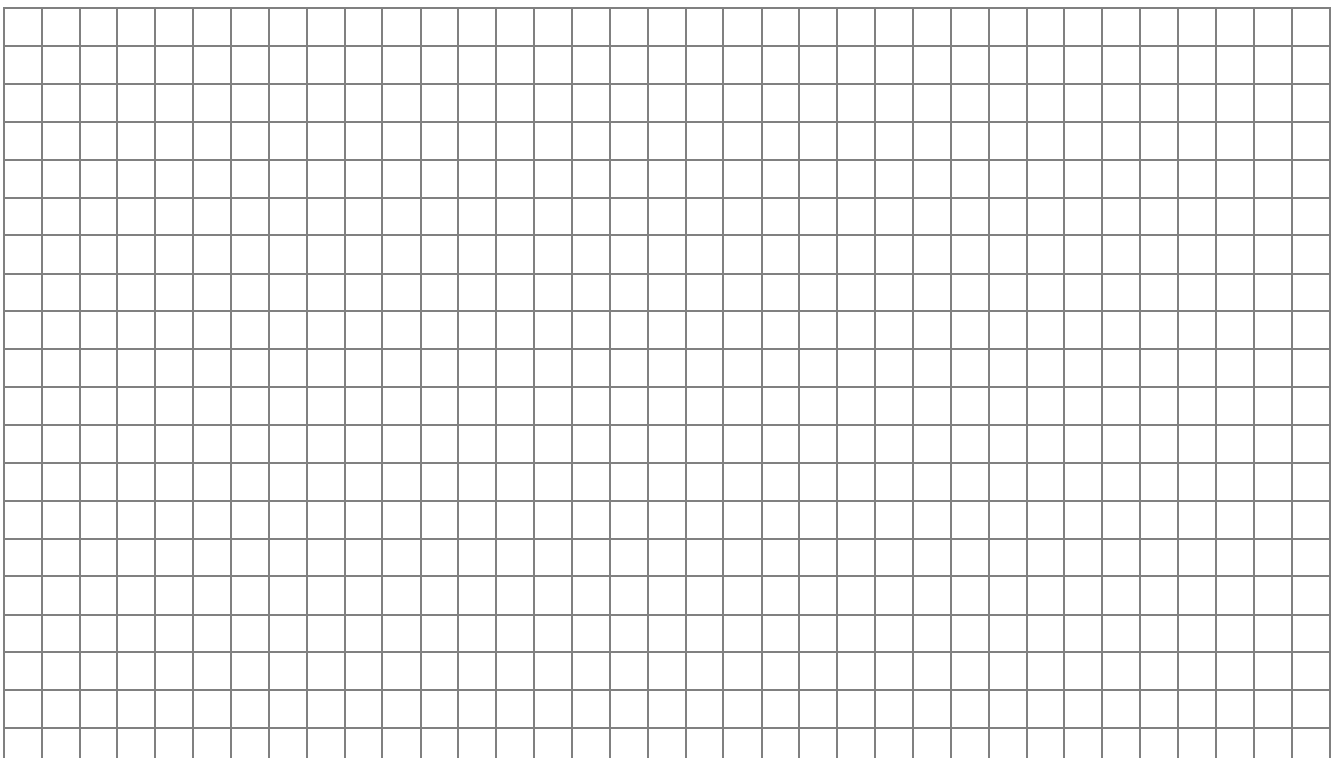
- a** Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_1^7 f(x) dx$.
- b** Bestimmen Sie den Funktionswert von f an der Stelle 1. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung.

BE

2

3

5



Teil 1 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktionen f_k mit

$$f_k(x) = x^4 + (2-k) \cdot x^3 - k \cdot x^2 \text{ mit } k \in \mathbb{R}.$$

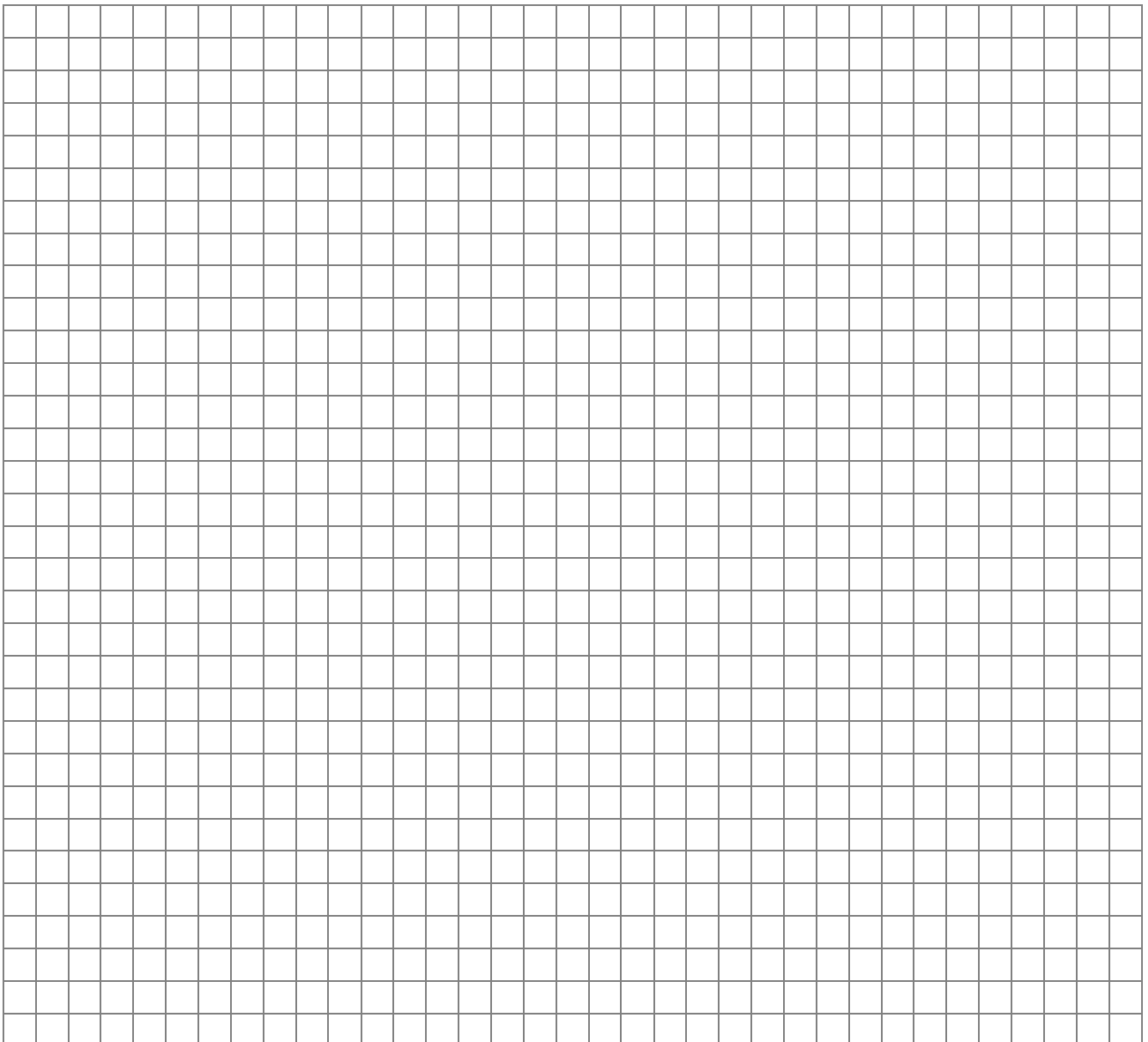
- a** Begründen Sie, dass der Graph von f_2 symmetrisch bezüglich der y-Achse ist.
- b** Es gibt einen Wert von k , für den 1 eine Wendestelle von f_k ist. Berechnen Sie diesen Wert von k .

BE

1

4

5



Pflichtaufgabe: Teil 1 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis

Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k mit

$$f_k(x) = k \cdot e^{-x} + 3$$

und $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

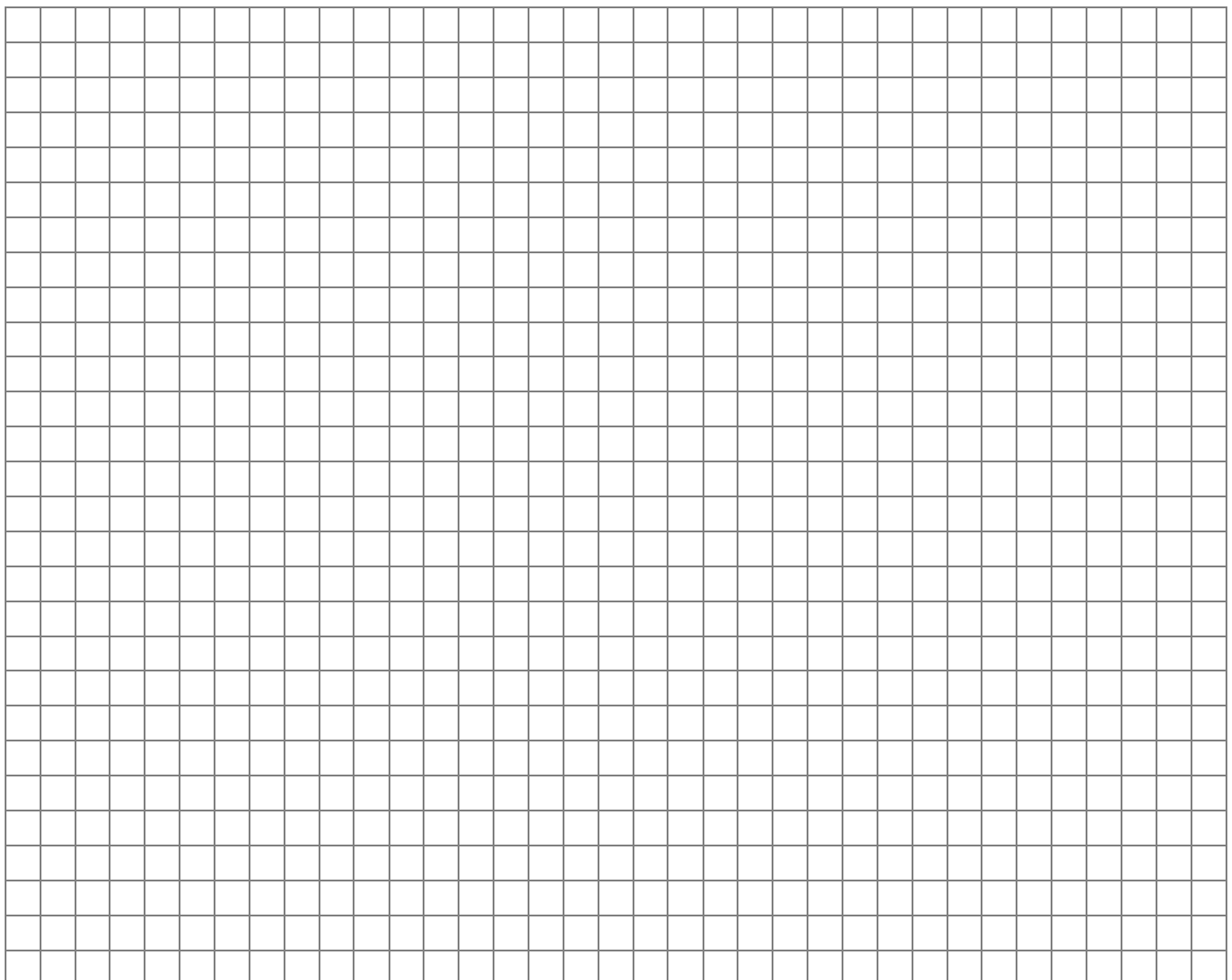
- a** Zeigen Sie, dass $f'_k(0) = -k$ gilt.
- b** Bestimmen Sie diejenigen Werte von k , für die die Tangente im Punkt $(0|f_k(0))$ an den Graphen von f_k eine positive Steigung hat und ihre Schnittstelle mit der x -Achse größer als $\frac{1}{2}$ ist.

BE

1

4

5



Pflichtaufgabe: Teil 1 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Analysis

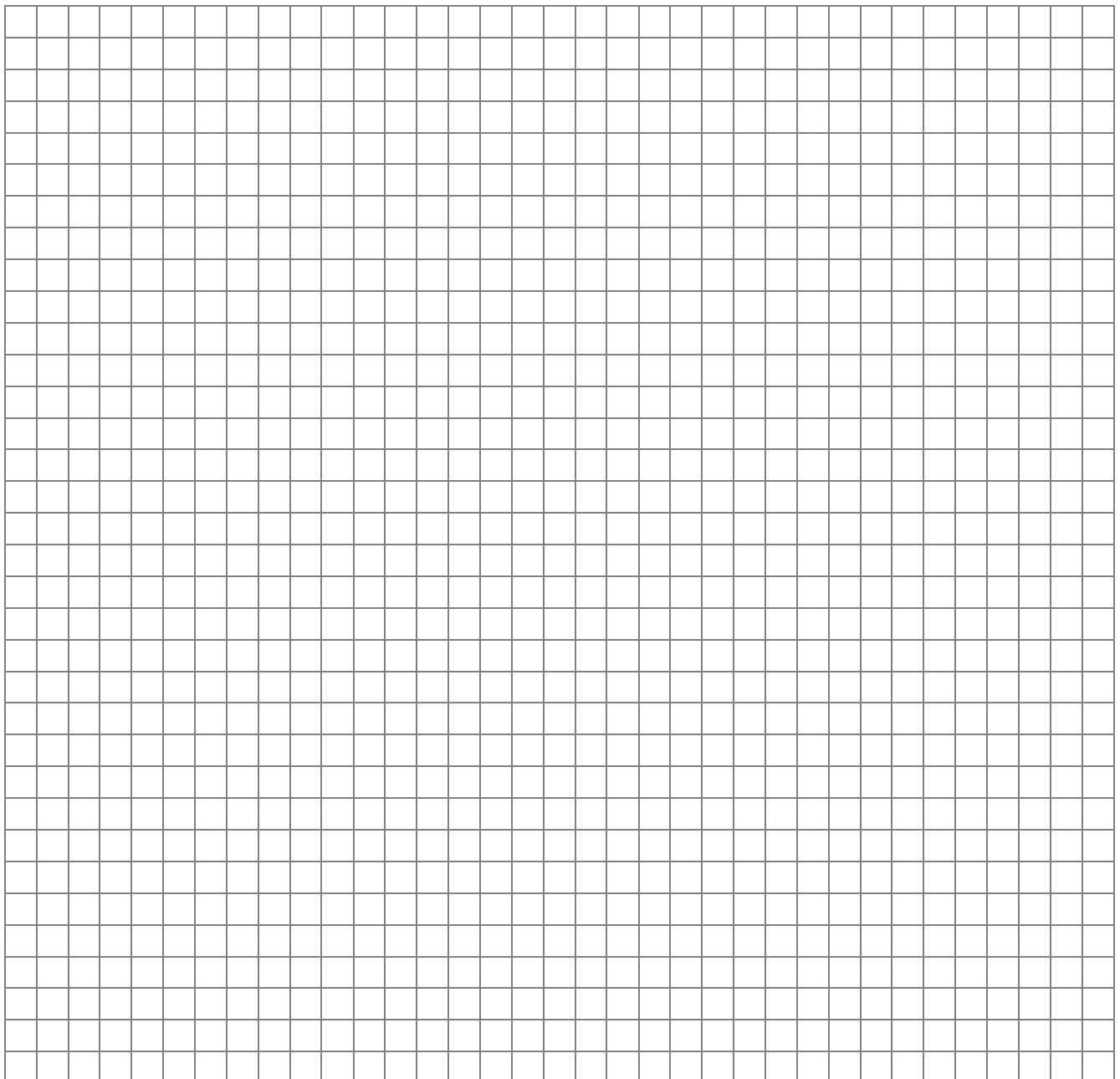
Ermitteln Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion g , die die beiden folgenden Eigenschaften hat:

- Der Graph von g schneidet die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{1}{4}x + 1$ im Punkt $(0|1)$ unter einem rechten Winkel.
- Die x - und die y -Koordinate des Extrempunkts des Graphen von g stimmen überein.

BE

5

5



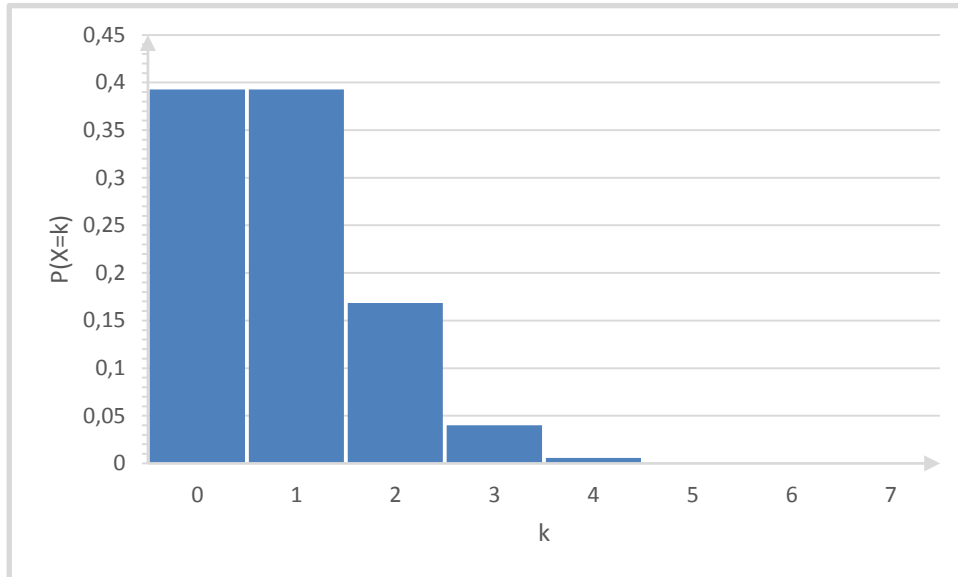
5

[illegible]

Teil 1 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Stochastik

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit $n = 7$ und $p \in \mathbb{R}$ mit $0 \leq p \leq 1$.

a Die Abbildung zeigt das zugehörige Histogramm von X .



Bestimmen Sie $P(X > 1)$ mithilfe der Abbildung.

b Geben Sie einen Term für die Berechnung von $P(X = 1)$ an.

Es gilt $P(X = 0) = P(X = 1)$.

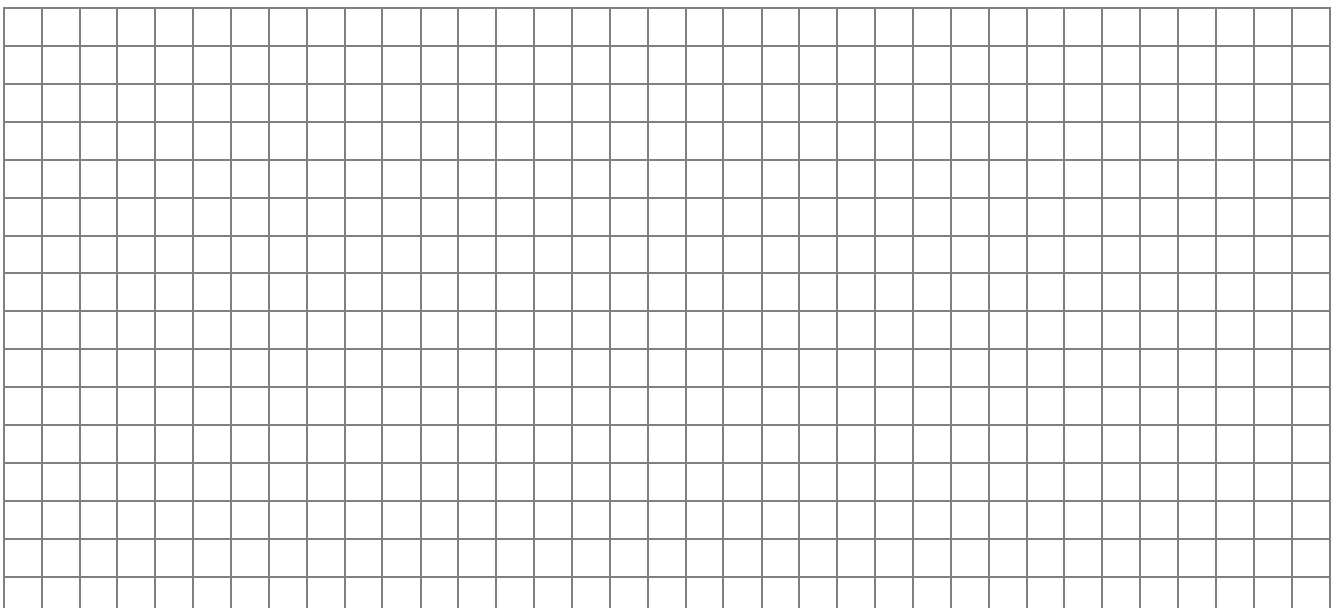
Berechnen Sie den Wert von p mithilfe dieser Gleichung.

BE

1

4

5



Teil 1 – Aufgabe 7 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

Wird der Punkt $P(1|2|3)$ an der Ebene E gespiegelt, so ergibt sich der Punkt $Q(7|2|11)$.

a Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

b Auf der Gerade durch P und Q liegen die Punkte R und S symmetrisch bezüglich E ; dabei liegt R bezüglich E auf der gleichen Seite wie P . Der Abstand von R und S ist doppelt so groß wie der Abstand von P und Q .

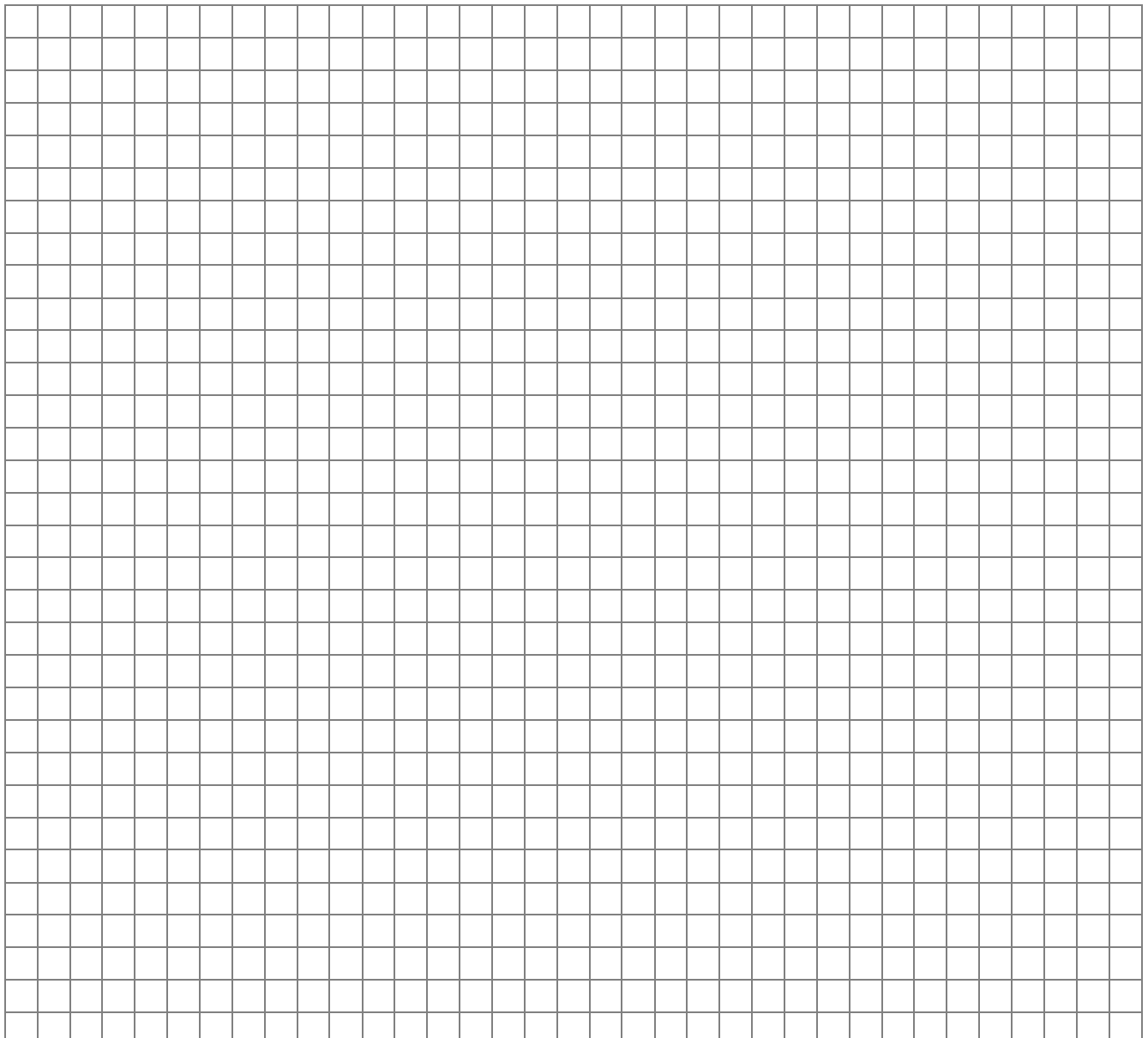
Bestimmen Sie die Koordinaten von R .

BE

3

2

5



Teil 1 – Aufgabe 8 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

Gegeben ist die Ebene $E: 3x_1 - 2x_2 = 6$.

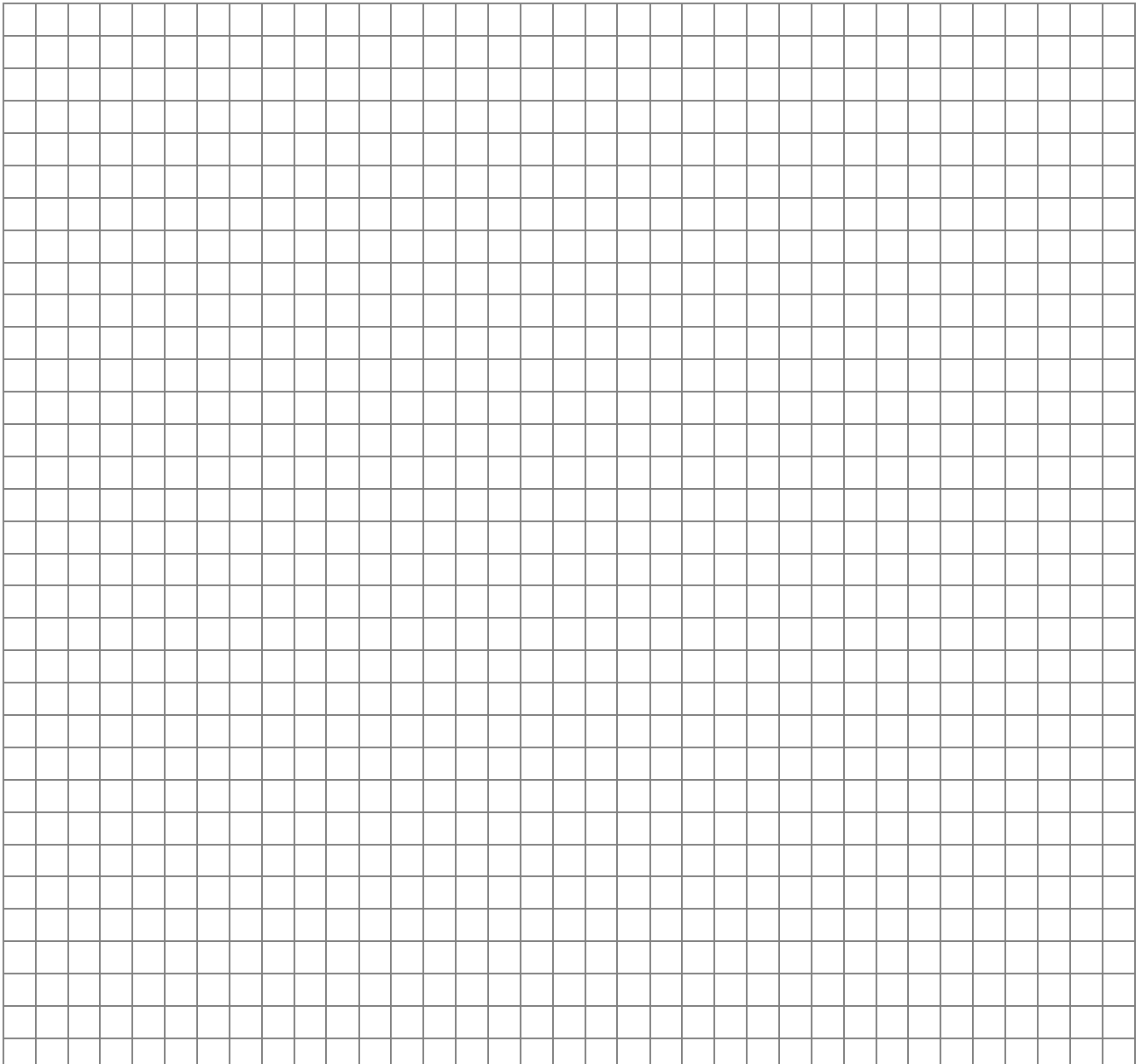
- a** Geben Sie die Spurpunkte der Ebene E an und beschreiben Sie die besondere Lage der Ebene im Koordinatensystem.
- b** Bestimmen Sie das Verhältnis von r und s ($r, s \in \mathbb{R}$) so, dass die Ebene mit $r \cdot x_1 + s \cdot x_2 + x_3 = 4$ orthogonal zur Ebene E ist.

BE

2

3

5



Teil 1 – Aufgabe 9 - zum Themenbereich Lineare Algebra

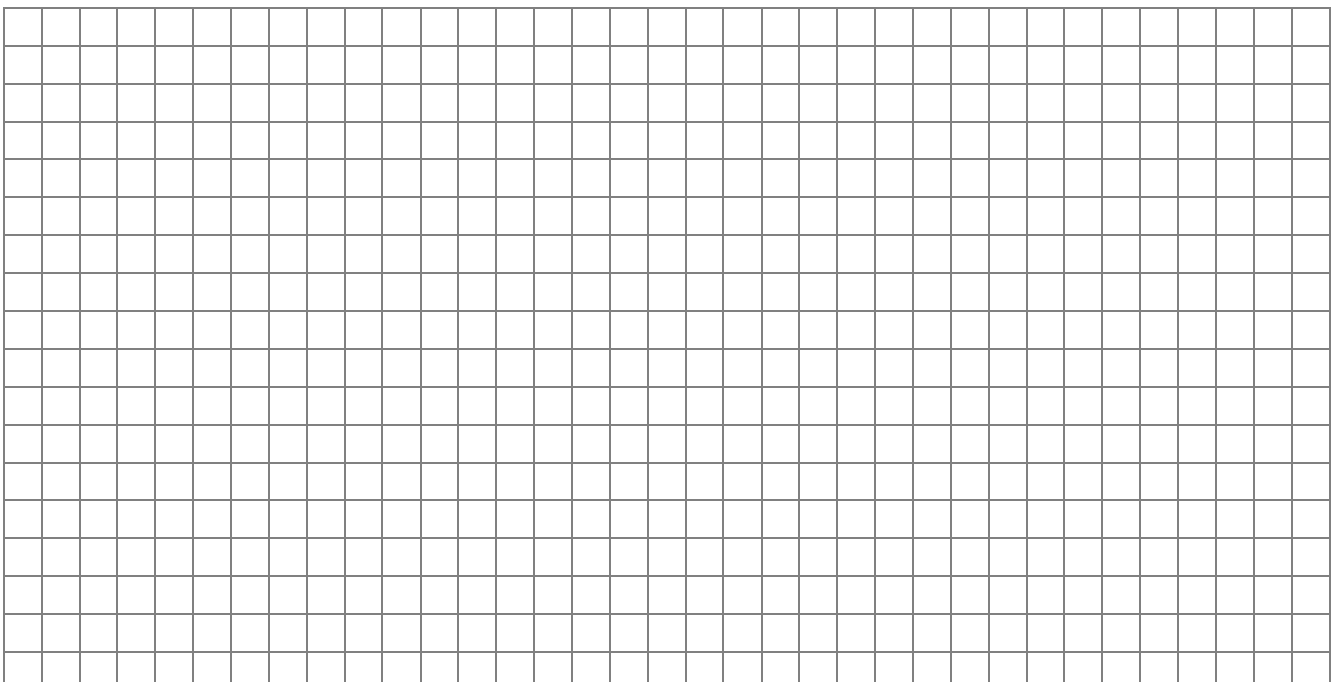
BE

Betrachtet wird die Entwicklung einer Population von Insekten in einem abgeschlossenen Terrarium. Die Zusammensetzungen der Population werden zunächst durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} A \\ E \\ L \end{pmatrix}$ dargestellt. Dabei ist A die Anzahl der ausgewachsenen Insekten, E die Anzahl der Eier und L die Anzahl der Larven. Die Veränderung dieser Anzahlen von einer Woche n zur nächsten wird durch die Gleichung $\vec{v}_{n+1} = M * \vec{v}_n$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$ beschrieben.

- a** Geben Sie die Bedeutung des Eintrags 0,2 der Matrix M im Sachzusammenhang an. 1
- b** Im Terrarium sind zu Beginn 30 ausgewachsene Insekten, 10 Eier und eine unbekannte Anzahl von Larven. Eine Woche später hat sich die Anzahl der ausgewachsenen Insekten nicht geändert. Berechnen Sie die Anzahl der Larven, die zu Beginn im Terrarium waren. 2

- c** Die Zusammensetzungen der Population sollen nun durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} E \\ L \\ A \end{pmatrix}$ und die Veränderung der Anzahlen der Eier, Larven und ausgewachsenen Insekten von einer Woche zur nächsten durch die Gleichung $\vec{w}_{n+1} = N * \vec{w}_n$ dargestellt werden. Geben Sie die Matrix N an. 2

5



Teil 1 – Aufgabe 10 - zum Themenbereich Lineare Algebra

Gegeben ist die Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a Für jeden Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ mit $u_1, u_2 \in \mathbb{R}$ gilt $M^2 \cdot \vec{u} = a \cdot \vec{u}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

Ermitteln Sie den Wert von a .

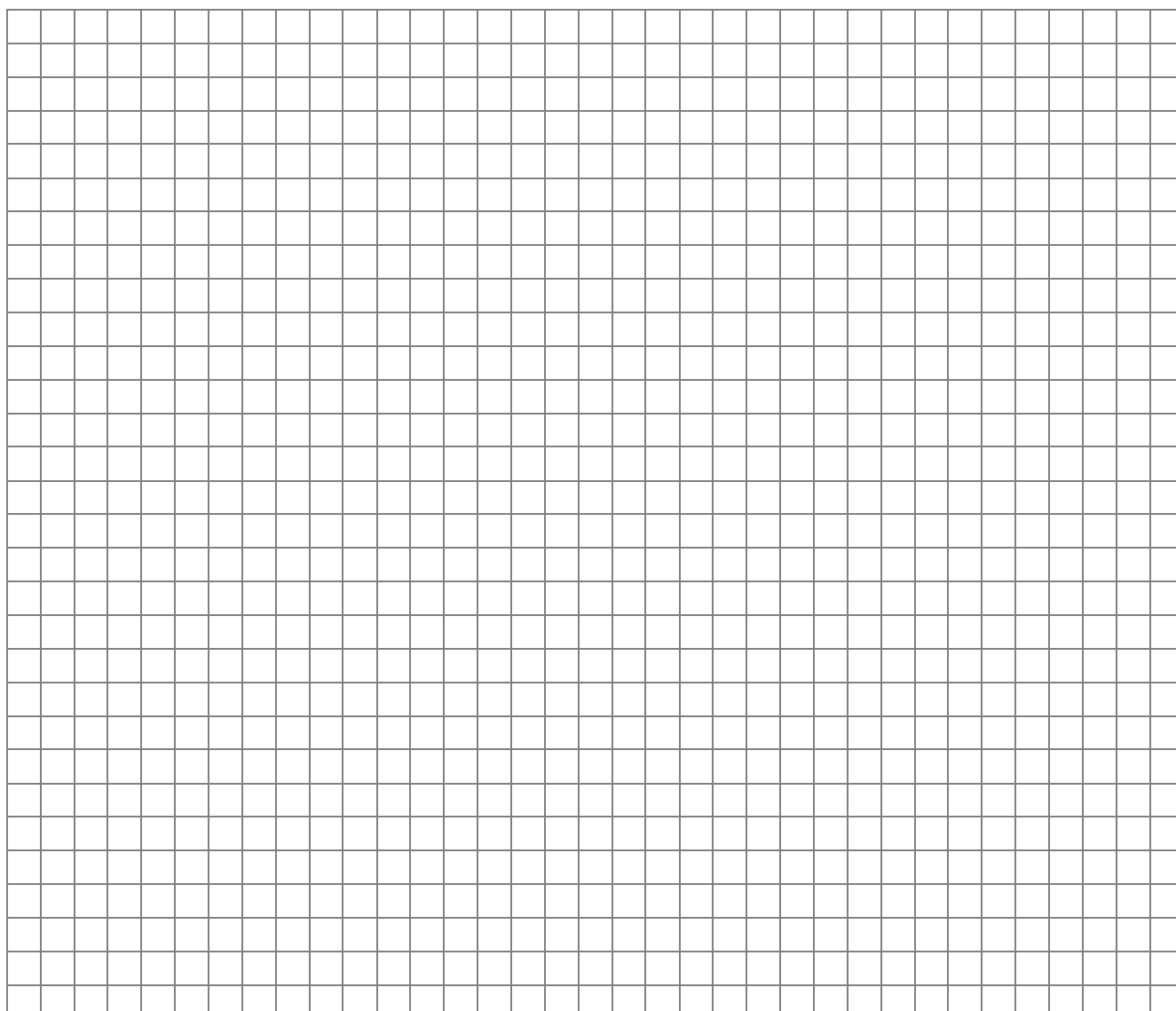
b Bestimmen Sie alle Vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ mit $v_1, v_2 \in \mathbb{R}$, für die $M \cdot \vec{v} = 2 \cdot \vec{v}$ gilt.

BE

2

3

5



Pflichtaufgabe: Teil 2 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

Funktionsschar

BE

Für jedes $k \in \mathbb{R}$ mit $k > 0$ ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f_k gegeben durch

$$f_k(x) = -\frac{1}{4}x^2 + k^2.$$

a Beschreiben Sie den Einfluss des Parameters k auf den Graphen von f_k .

2

Bestimmen Sie einen Wert von k , so dass der Graph von f_k durch $(2 \mid 3)$ verläuft.

b Die zur x -Achse parallele Gerade mit dem y -Achsenabschnitt $\frac{k^2}{2}$ schneidet den Graphen von f_k an zwei Stellen.

3

Berechnen Sie diese beiden Schnittstellen in Abhängigkeit von k .

Der Graph von f_k verläuft durch die Punkte $P_k(0 \mid k^2)$ und $Q_k(2k \mid 0)$.

Die Koordinatenachsen und der Graph von f_k schließen im ersten Quadranten die Fläche A_k ein.

c Zeigen Sie: Die Maßzahl der Fläche A_k ist $\frac{4}{3}k^3$.

3

Die Gerade g_k geht durch die Punkte P_k und Q_k .

d Begründen Sie, dass $y = -\frac{k}{2}x + k^2$ eine Funktionsgleichung von g_k ist.

4

Bestimmen Sie einen Wert von k , so dass der Steigungswinkel von g_k -60° beträgt.

e Die Gerade g_k teilt die Fläche A_k in zwei Teilflächen.

3

Zeigen Sie, dass das Verhältnis der Inhalte dieser Teilflächen unabhängig von k ist.

15

Teil 2 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

Motorradkurve

BE

Abbildung 1 zeigt die Kurve einer Straße von oben. Die Straßenränder werden mithilfe der Graphen G_f und G_h der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und h dargestellt:

Äußerer Rand: $f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{20}{9}x + \frac{250}{9}$

Innerer Rand: $h(x) = -\frac{1}{10}(x-20)^2 + 40$

Eine Einheit entspricht einem Meter.

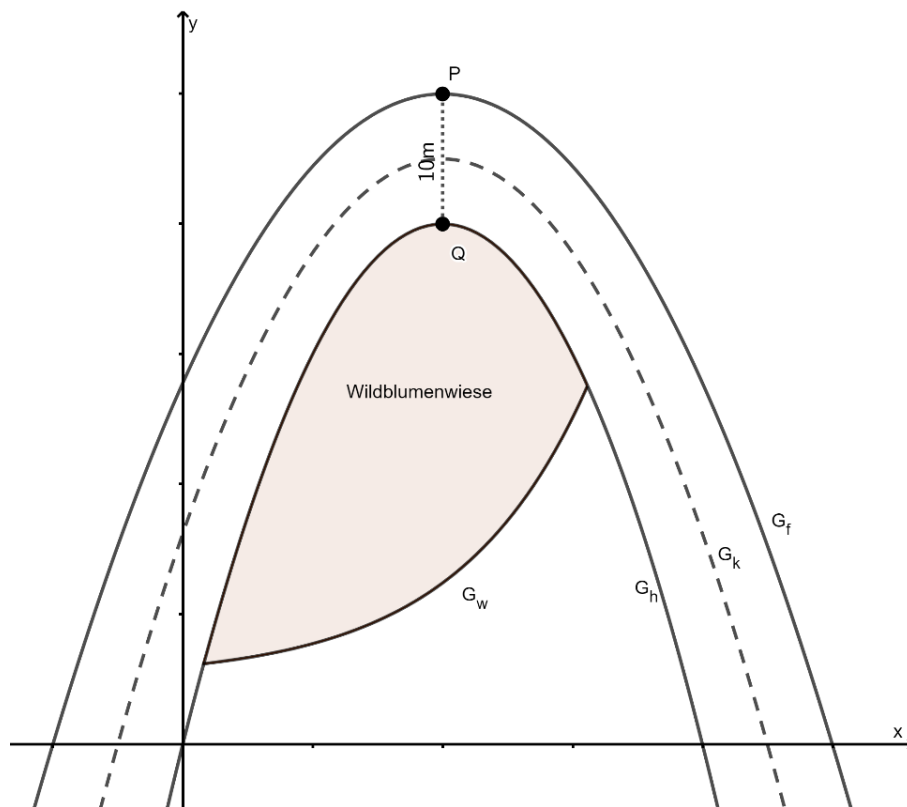


Abbildung 1

- a Der Hochpunkt von G_h ist $Q(20|40)$.

5

Eine Nullstelle von h liegt im Koordinatenursprung. **Geben** Sie die andere Nullstelle **an**.

Zeigen Sie rechnerisch, dass der Hochpunkt von G_f dieselbe x-Koordinate wie Q besitzt und dass die Straße zwischen den Punkten P und Q 10 Meter breit ist.

- b Der Graph von G_h entsteht durch Transformationen der Normalparabel.

3

Geben Sie geeignete Transformationen und deren Reihenfolge **an**.

- c** Betrachtet wird der Verlauf der Fahrbahnmitte. Er wird durch den Graphen G_k einer quadratischen Funktion k beschrieben (vgl. Abbildung 1).

4

Dabei gilt:

- G_k schneidet die y-Achse bei 16,2.
- Der Abstand der Straßenränder zwischen den Hochpunkten P von G_f und Q von G_h beträgt 10 Meter.

Ermitteln Sie aus diesen Angaben eine Funktionsgleichung von k .

- d** An mehreren Stellen werden Pfosten für die Markierung der Straßenränder aufgestellt, die jeweils rechts und links der Straße stehen.

3

Die Verbindungsstrecke jedes Pfostenpaares verläuft orthogonal zur Fahrbahnmitte durch einen geeigneten Punkt $P_t(t \mid k(t))$ entlang einer Geraden.

Erläutern sie, dass

$$y = -\frac{1}{k'(t)} \cdot x + k(t) + \frac{t}{k'(t)}$$

die Funktionsgleichung dieser Geraden ist, ohne die Funktionsgleichungen von k und k' einzusetzen.

Im Kurveninneren befindet sich eine hochwüchsige Wildblumenwiese, die in Abbildung 1 durch G_h und den Graphen G_w der Funktion w mit

$$w(x) = e^{0,1x} + 5, \quad x \in \mathbb{R},$$

eingeschlossen wird.

- e Geben** Sie eine Stammfunktion von w an.

5

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Wildblumenwiese.

- f** Antonias Fahrspur verläuft vor der Kurve durch den Punkt $A(10 \mid 36)$. Hier wird ihr Blick auf die Straße durch die Wildblumenwiese im Kurveninneren eingeschränkt. Die Gerade, die diese Sichtbegrenzung beschreibt, verläuft durch A und berührt G_h an einer Stelle.

5

Berechnen Sie diese Stelle.

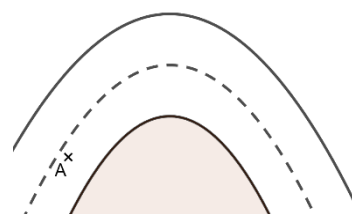


Abbildung 2

25

Teil 2 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis

Schneebesen

BE

Gegeben ist für jedes $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f_k mit

$$f_k(x) = (k \cdot x + 0,16) \cdot e^{0,5x}.$$

Man erhält so eine Schar von Funktionen.

Die Funktion der ersten Ableitung von f_k ist f_k' mit

$$f_k'(x) = (0,5 \cdot k \cdot x + k + 0,08) \cdot e^{0,5x}.$$

1 a Für einen Wert von k ist 8 die Nullstelle von f_k . **Bestimmen** Sie diesen Wert von k .

2

b **Zeigen** Sie, dass sich zwei unterschiedliche Graphen der Schar nur auf der y -Achse schneiden und geben Sie den Schnittpunkt an.

3

c **Zeigen** Sie, dass für die zweite Ableitung f_k'' von f_k gilt:

2

$$f_k''(x) = (0,25 \cdot k \cdot x + k + 0,04) \cdot e^{0,5x}.$$

d Für alle k liegt die einzige Extremstelle von f_k bei $-2 - \frac{4}{25k}$.

4

Zeigen Sie, dass der Graph von f_k für $k > 0$ einen Tiefpunkt besitzt.

2 Der Aufsatz für einen elektrischen Schneebesen besteht aus einem Stiel und einem 1,5 cm langen Zylinder aus Edelstahl, in dem 6 gleichlange, gebogene Drähte an beiden Enden eingeklebt sind. Die x -Achse verläuft entlang der Drehachse des Schneebesens und die y -Achse wie in Abbildung 1 dargestellt. Eine Einheit entspricht einem Zentimeter.

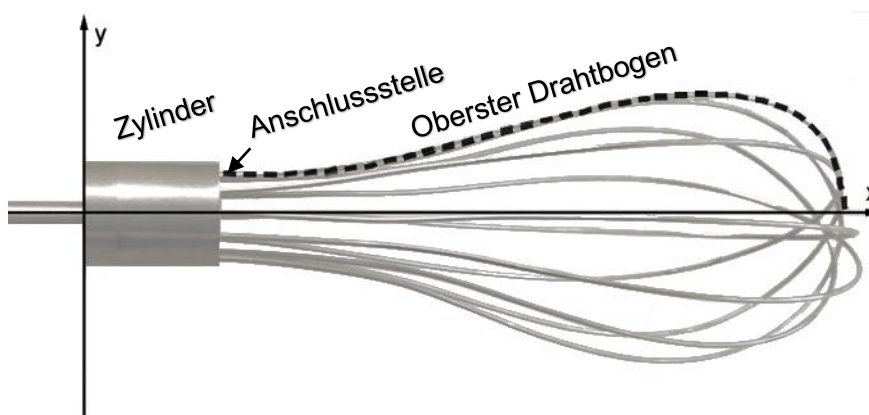


Abbildung 1: Aufsatz des Schneebesens

Der Graph der Funktion f_k beschreibt für $k = -0,015$ und $x \in \left[\frac{3}{2}, \frac{32}{3}\right]$ den Verlauf des markierten Teils des obersten Drahtbogens im Modell. Es gilt:

$$f_{-0,015}(x) = (-0,015x + 0,16) \cdot e^{0,5x}.$$

Die Ableitungen von f_k sind oben gegeben.

a Berechnen Sie die einzige Wendestelle von $f_{-0,015}$ und **geben** Sie ihre Bedeutung im Sachzusammenhang **an**.

3

b Der Radius des Zylinders ist 1 mm größer als der vertikale Abstand des obersten Drahtbogens zur x-Achse an der Anschlussstelle.

3

Bestimmen Sie das Volumen des Zylinders.

c Der Aufsatz des Schneebesens rotiert in einer Minute 7200-mal um die Drehachse.

4

Im Modell gibt es Punkte, die auf dem obersten Drahtbogen liegen und dabei auf ihrer Kreisbahn einen Kilometer zurücklegen.

Bestimmen Sie die Koordinaten dieser Punkte.

d In Abbildung 2 ist der Graph einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g gegeben.

4

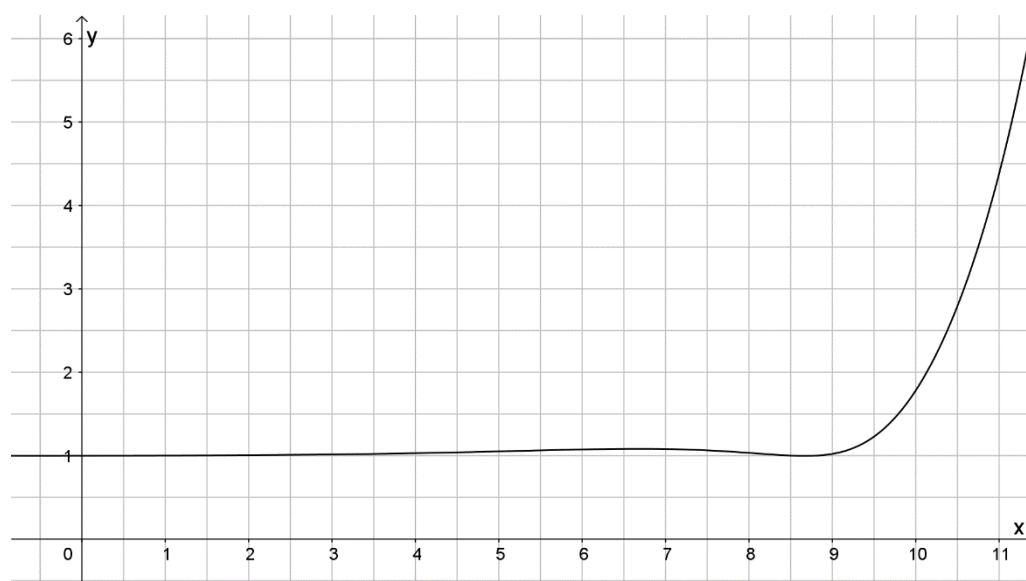


Abbildung 2

Der Wert des Integrals $\int_a^b g(x) dx$ entspricht der Länge des Graphen von $f_{-0,015}$ auf dem Intervall $[a; b]$.

Für die Produktion eines Aufsatzes eines solchen Schneebesens werden für die Drähte insgesamt 1,4 m an Drahtmaterial benötigt. **Untersuchen** Sie mithilfe von Abbildung 2, wie tief die Enden jedes Drahts im Zylinder verklebt werden.

Teil 2 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Stochastik

Fitnessarmbänder

	BE
1 Unter den Kunden eines Krankenversicherungsunternehmens haben 59 % Datenschutzbedenken. Von den Kunden mit Datenschutzbedenken nutzen 23 % ein Fitnessarmband. 19 % aller Kunden haben keine Datenschutzbedenken und nutzen ein Fitnessarmband. a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. b Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie Datenschutzbedenken hat. c Es gilt $0,23 \neq 0,59 \cdot 0,23 + 0,19$. Begründen Sie damit, dass die Ereignisse <i>„Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person hat Datenschutzbedenken.“</i> und <i>„Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband.“</i> stochastisch abhängig sind. 100 Kunden des Unternehmens werden zufällig ausgewählt. Es soll davon ausgegangen werden, dass unter den ausgewählten Kunden die Anzahl der Kunden mit Datenschutzbedenken binomialverteilt ist. d Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 50 % der ausgewählten Kunden Datenschutzbedenken haben. e Ersetzt man die Platzhalter a und b in geeigneter Weise, so kann mit dem Term $1 - \sum_{k=51}^{100} \binom{100}{k} \cdot 0,59^k \cdot a^b$ die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden. Geben Sie an, wodurch die Platzhalter zu ersetzen sind, und beschreiben Sie das zugehörige Ereignis. Das Unternehmen will nun eine andere Anzahl von Kunden zufällig auswählen. f Untersuchen Sie, ob es ein $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ gibt, für das die folgende Aussage richtig ist: <i>Werden $2n$ Kunden des Unternehmens zufällig ausgewählt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen niemand Datenschutzbedenken hat, halb so groß wie bei n Kunden.</i>	3 3 3 2 3 3

- 2 Ein Händler solcher Fitnessarmbänder vermutet, dass die Ware eines bestimmten Herstellers besonders häufig Fehler aufweist. Um einen Anhaltspunkt für den Anteil der fehlerhaften Produkte unter allen Fitnessarmbändern dieses Herstellers zu gewinnen, will er einen Hypothesentest mit einem Stichprobenumfang von 220 Armbändern durchführen. Als Nullhypothese formuliert er:

„Der Anteil der fehlerhaften Armbänder beträgt mindestens p_0 .“

Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art in Abhängigkeit von der oberen Grenze des Ablehnungsbereichs ist in Abbildung 1 dargestellt.

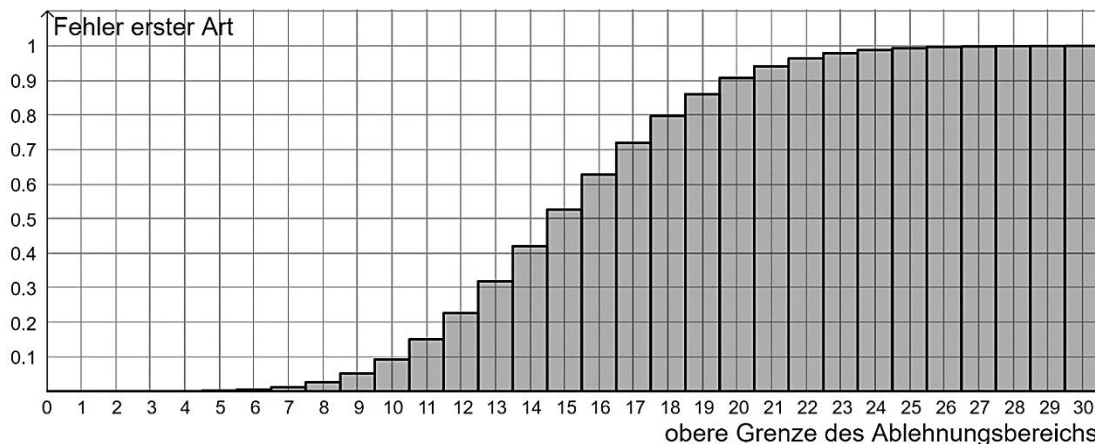


Abbildung 1

- a Das Signifikanzniveau wird auf 10% festgelegt.

5

Geben Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich an.

Ermitteln Sie p_0 auf ganze Prozentangaben genau.

- b Betrachtet wird ein zweiter Hypothesentest. Dieser unterscheidet sich von dem ersten Hypothesentest nur in dem Wert von p_0 .

3

Abbildung 2 zeigt wieder die zugehörige Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art in Abhängigkeit von der oberen Grenze des Ablehnungsbereichs.

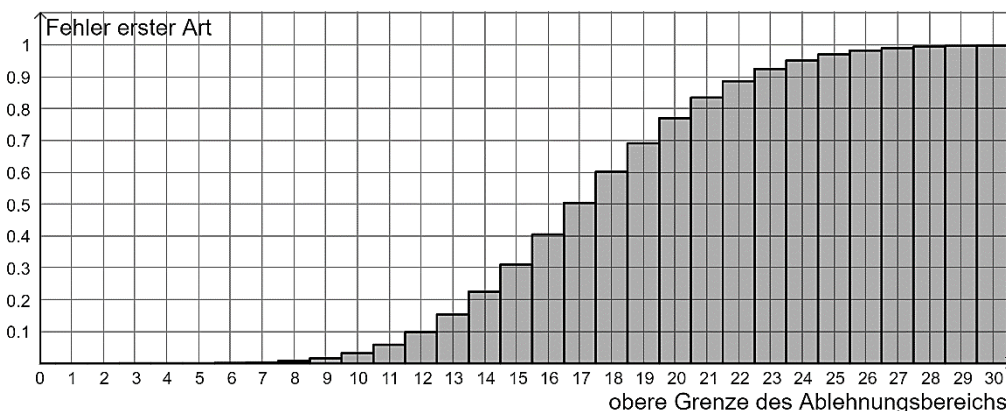


Abbildung 2

Beurteilen Sie, ob der Wert von p_0 bei diesem zweiten Hypothesentest größer oder kleiner als beim ersten ist.

25

Teil 2 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

Strandkorb

BE

Abbildung 1 zeigt einen Strandkorb, bei dem die Haube nach hinten verstellt werden kann. Im Folgenden wird das Modell dieses Strandkorbs betrachtet (siehe Abbildung 2).

Die x_1x_2 -Ebene stellt den horizontalen Boden dar. Die x_3 -Achse zeigt vertikal nach oben. Eine Einheit entspricht einem Dezimeter.



Abbildung 1: Foto eines Strandkorbs

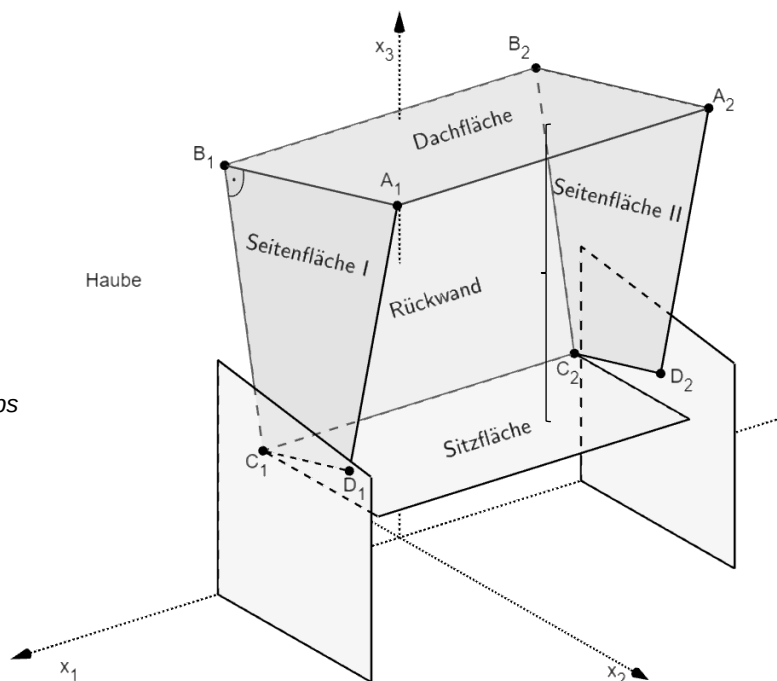


Abbildung 2: Modell des Strandkorbs

Die Seitenfläche I der Haube wird durch das Viereck $A_1B_1C_1D_1$ mit

$$A_1(6 \mid 8 \mid 16), B_1(6 \mid -1 \mid 14), C_1(6 \mid 1 \mid 5), D_1(6 \mid 5,5 \mid 6)$$

beschrieben.

a Zeigen Sie rechnerisch, dass dieses Viereck ein Trapez ist und einen rechten Winkel bei B_1 hat.

5

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenfläche I der Haube.

Der Strandkorb ist symmetrisch bezüglich der x_2x_3 -Ebene.

b Geben Sie Koordinaten des Eckpunkts A_2 der Seitenfläche II der Haube **an**.

3

Zeigen Sie, dass die Breite der Haube 12 Dezimeter beträgt.

- c** Die Haube wird nun nach hinten verstellt. Dabei bleiben die Punkte C_1 und C_2 auf ihrer Position. Der Punkt B_1 wird um die Achse $\overline{C_1C_2}$ gedreht und befindet sich danach in Punkt $B_1'(6 | -4 | 12,75)$.

3

Bestimmen Sie, um welchen Winkel die Haube beim Verstellen gedreht wird.

Die Haube ist jetzt wieder in ihrer ursprünglichen Position.

Die Sonne scheint auf den Strandkorb. Die Sonnenstrahlen verlaufen entlang des Vektors

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -6,5 \end{pmatrix}.$$

- d** Ein Käfer sitzt auf der vorderen Kante der Haube und wirft seinen Schatten auf die Rückwand der Haube. Der Käfer wird als Punkt $K(2 | 8 | 16)$ auf der Kante $\overline{A_1A_2}$ beschrieben und sein Schatten als Punkt K' .

6

Die Rückwand der Haube liegt in der Ebene $E: 9x_2 + 2x_3 = 19$, die parallel zu $\overline{A_1A_2}$ ist.

Der Käfer krabbelt die Kante entlang in Richtung A_1 .

Ermitteln Sie eine Geradengleichung, entlang derer sich der Schatten des Käfers bewegt.

- e** Auf der waagerechten Sitzfläche mit Eckpunkt C_1 liegt ein Brotkrümel. Ein Spatz fliegt darauf zu. Der Flug des Spatzen verläuft entlang der Kurve

3

$$S_t(43 - 2t | 64 - 3t | 0,2 \cdot t^2 - 8t + 85), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, der den Brotkrümel beschreibt.

- f** Der Strandkorb wird jetzt direkt zur Sonne ausgerichtet. Das heißt, die Sonnenstrahlen fallen nun parallel zu den Seitenflächen ein.

5

Dabei bleibt die durch C_1 dargestellte Ecke der 12 Dezimeter breiten Sitzfläche auf seiner Position. Die ursprünglich durch C_2 beschriebene Ecke der Sitzfläche befindet sich nach der Ausrichtung auf einer neuen Position.

Bestimmen Sie die Koordinaten dieser neuen Position.

25

Teil 2 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Lineare Algebra

Transport

BE

Ein Transportunternehmen verfügt über insgesamt 900 Fahrzeuge, mit denen tagsüber Waren transportiert werden. Vom Abend eines Tages bis zum Morgen des nächsten Tages stehen die Fahrzeuge an einem der drei Standorte A, B und C. Die Verteilungen der Fahrzeuge

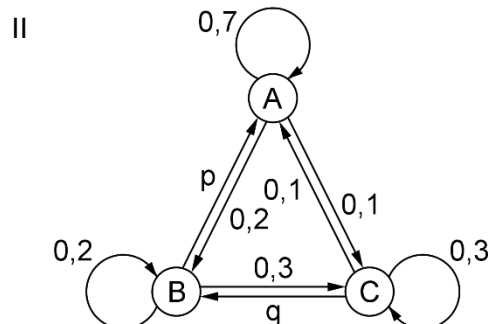
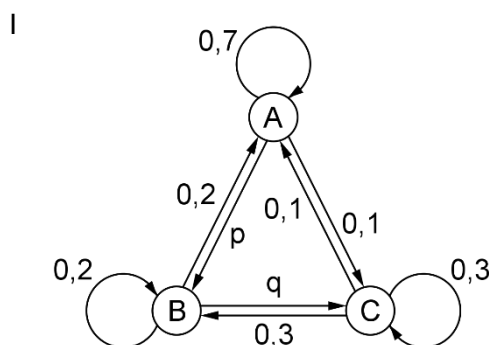
auf die drei Standorte werden durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ angegeben; dabei sind a, b und c

die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A, B bzw. C. Die Änderung der Verteilung vom Abend eines Tages n zum Abend des folgenden Tages wird durch die Gleichung

$$\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n \quad \text{mit} \quad M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix} \text{ beschrieben.}$$

- a Eines der beiden Diagramme I und II stellt den beschriebenen Sachzusammenhang dar. **Geben** Sie dieses Diagramm und dazu die passenden Werte von p, q an.

2



- b **Ermitteln** Sie die prozentuale Verteilung der Fahrzeuge, die sich von Abend zu Abend nicht ändert.

3

An einem Sonntagabend befinden sich 120 Fahrzeuge am Standort A, 360 am Standort B und 420 am Standort C.

- c **Berechnen** Sie für den folgenden Montagabend den prozentualen Anteil der Fahrzeuge am Standort A sowie den Anteil der Fahrzeuge an diesem Standort, die bis zu diesem Zeitpunkt für keine Fahrt eingesetzt wurden.

3

d Gegeben ist die Gleichung $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 360 \\ 420 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}.$

4

Geben Sie an, was die Summe $a_1 + b_1 + c_1$ im Sachzusammenhang bedeutet und **begründen** Sie Ihre Angabe.

e Es gilt $M^2 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,48 & 0,4 \\ 0,24 & 0,32 & 0,32 \\ 0,16 & 0,2 & 0,28 \end{pmatrix}$.

5

Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen.

A_1 : Wenn sich an einem Dienstagabend alle 900 Fahrzeuge am Standort B befinden, so sind am Abend des folgenden Donnerstags 68 % aller Fahrzeuge nicht am Standort B.

A_2 : Wenn sich an einem Dienstagabend kein Fahrzeug am Standort C befindet, so sind am Abend des folgenden Donnerstags mindestens 24 % aller Fahrzeuge am Standort B.

f Gegeben sind $r_1 = -45$, $r_2 = 104$ und r_3 ($r_3 \in \mathbb{R}$) sowie die Vektoren

4

$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_3$ ($\vec{e}_3$ hat drei Komponenten).

Für eine Verteilung $\vec{v}_0$ der Fahrzeuge auf die drei Standorte an einem Freitagabend existiert folgende Grenzverteilung:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n * \vec{v}_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} (-0,2^n \cdot r_1 \cdot \vec{e}_1 + 0,4^n \cdot r_2 \cdot \vec{e}_2 + r_3 \cdot \vec{e}_3) = \begin{pmatrix} 475 \\ 250 \\ 175 \end{pmatrix}$$

und es gilt:

$$\vec{v}_0 = r_1 \cdot \vec{e}_1 + r_2 \cdot \vec{e}_2 + r_3 \cdot \vec{e}_3.$$

Bestimmen Sie die Verteilung der Fahrzeuge am vorherigen Donnerstagabend.

g An einem anderen Sonntag werden die Fahrten für die folgende Woche geplant: Aufgrund eines besonderen Auftrags beginnen am Mittwochmorgen drei Fahrzeuge am Standort A und 10 % der Fahrzeuge am Standort B eine Fernfahrt, von der sie innerhalb dieser Woche nicht mehr zurückkehren. Alle restlichen Fahrzeuge verteilen sich in dieser Woche wie üblich von Tag zu Tag auf die drei Standorte.

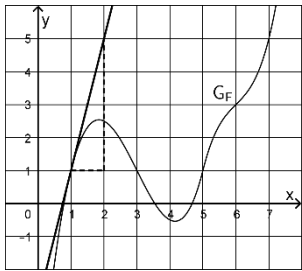
4

Ermitteln Sie einen Term, mit dem für diese Woche die Verteilung der Fahrzeuge am Freitagabend in Abhängigkeit von der Verteilung am Sonntagabend berechnet werden kann.

25

Teil 1

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 1				
a	$\int_1^7 f(x) dx = F(7) - F(1) = 5 - 1 = 4$	1	1	
b	$f(1) = F'(1) = 4$ 	1	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 2				
a	Der Funktionsterm von f_2 enthält nur Potenzen von x mit geraden Exponenten.	1		
b	$f'_k(x) = 4x^3 + 3 \cdot (2-k) \cdot x^2 - 2kx$ $f''_k(x) = 12x^2 + 6 \cdot (2-k) \cdot x - 2k$ $f''_k(1) = 0 \Leftrightarrow 24 - 8k = 0 \Leftrightarrow k = 3$	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 3				
a	Es ist $f'_k(x) = -k \cdot e^{-x}$ und somit $f'_k(0) = -k \cdot e^{-0} = -k$.		1	
b	$y = f'_k(0) \cdot x + f_k(0) = -k \cdot x + 3 + k$ ist eine Gleichung der Tangente. Ihre Steigung ist positiv für $k < 0$. Für $k < 0$ ergibt sich für die Nullstelle $-k \cdot x + 3 + k = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3+k}{k}$ und weiter $\frac{1}{2} < \frac{3+k}{k} \Leftrightarrow \frac{1}{2}k > 3+k \Leftrightarrow k < -6$.		1	3
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche			2	3

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 4				
	$g(x) = ax^2 + bx + c$, $g(0) = 1 \Leftrightarrow c = 1$ $g'(x) = 2ax + b$, $g'(0) = b = -\frac{1}{4} = -4$ Damit: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2ax - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{a}$ $g\left(\frac{2}{a}\right) = \frac{4}{a} - \frac{8}{a} + 1 = -\frac{4}{a} + 1$, d. h. $g\left(\frac{2}{a}\right) = \frac{2}{a} \Leftrightarrow a = 6$.	1	1	3
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		1	1	3

Aufgabe 5				
a	Bei Verwendung des Ergebnisraums $\{(1;1), (1;2), \dots, (2;1), \dots, (6;6)\}$ bestehen beide betrachteten Ereignisse jeweils aus drei Ergebnissen.	2		
b	Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y asymmetrisch ist, kommt dafür nur das Diagramm III infrage. Die Wahrscheinlichkeit $P(X = 3)$ ist doppelt so groß wie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 2)$. Folglich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch das Diagramm II dargestellt.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 6				
a	Aus dem Diagramm $P(X = 0) = P(X = 1) \approx 0,39$ $P(X > 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \approx 1 - 0,39 - 0,39 = 0,22$	1		
b	Aus dem Histogramm zu entnehmen $P(X = 0) > 0 \Leftrightarrow p < 1$ $P(X = 0) = P(X = 1)$ $\binom{7}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^7 = \binom{7}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^6$ $(1-p) = 7p$ $p = \frac{1}{8} = 0,125$	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 7				
a	$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E. Damit hat die gesuchte Gleichung die Form $6x_1 + 8x_3 = d$. Der Mittelpunkt $M(4 2 7)$ von $\overrightarrow{PQ}$ liegt genau dann in E, wenn $d = 6 \cdot 4 + 8 \cdot 7 = 80$ gilt.	1	2	
b	$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	1	1	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 8				
a	$S_1(2 0 0)$, $S_2(0 -3 0)$ Die Ebene E verläuft parallel zur x_3 -Achse	1	1	
b	$\begin{pmatrix} r \\ s \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3r - 2s = 0 \Leftrightarrow s = 1,5r$	1	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 9				
a	20 % der Eier entwickeln sich innerhalb einer Woche zu Larven.	1		
b	$0,5 \cdot 30 + 0,3 \cdot L = 30 \Leftrightarrow L = 50$	1	1	
c	$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 30 \\ 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 10				
a	$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, d. h. $a = 4$.	2		
b	$M * \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + 3v_2 \\ v_1 - v_2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ liefert $v_1 = 3v_2$. Damit ist $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3b \\ b \end{pmatrix}$ mit $b \in \mathbb{R}$.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Teil 2 – Aufgabe 1 Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	Je größer der Wert von k ist, desto höher liegt der Schnittpunkt mit der y -Achse. Mit $k = 2$ ist $-\frac{1}{4} \cdot 2^2 + k^2 = -1 + k^2 = 3$ erfüllt.		2	
b	$f_k(x) = \frac{k^2}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 + k^2 = \frac{k^2}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \cdot k \vee x = -\sqrt{2} \cdot k$	3		
c	$\int_0^{2k} \left(-\frac{1}{4}x^2 + k^2\right) dx = \left[-\frac{1}{12}x^3 + k^2 \cdot x\right]_0^{2k} = -\frac{1}{12}(2k)^3 + k^2 \cdot 2k = \frac{4}{3}k^3$		3	
d	Die Steigung der Geraden g_k berechnet sich durch $\frac{0 - k^2}{2k - 0} = -\frac{k^2}{2k} = -\frac{k}{2}.$ Der y -Achsenabschnitt ist k^2 , da die Gerade g_k durch P_k geht. Wegen $\tan(-60^\circ) = -\sqrt{3}$ folgt $-\sqrt{3} = -\frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 2\sqrt{3}$.		4	
e	Die Maßzahl des Dreiecks im ersten Quadranten ist $\frac{1}{2}k^2 \cdot 2k = k^3$. Wegen $\frac{\frac{4}{3}k^3 - k^3}{k^3} = \frac{1}{3}$ ist das Verhältnis unabhängig von k .			3
Verteilung der insgesamt 15 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		3	9	3

Teil 2 – Aufgabe 2

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	Die andere Nullstelle liegt bei 40. $f'(x) = -\frac{1}{9}x + \frac{20}{9}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$; $f(20) = 50$; $50 - 40 = 10$	5		
b	Die Normalparabel wird um 20 Einheiten entlang der x-Achse nach rechts geschoben, dann mit dem Faktor $\frac{1}{10}$ entlang der y-Achse gestaucht, an der x-Achse gespiegelt und schließlich entlang der y-Achse um 40 Einheiten nach oben geschoben.		3	
c	$k(x) = ax^2 + bx + c$ $k'(x) = 2ax + b$ $k(20) = 45 \Leftrightarrow 400a + 20b + c = 45$ $k'(20) = 0 \Leftrightarrow 40a + b = 0$ $k(0) = 16,2 \Leftrightarrow c = 16,2$ $\Leftrightarrow a = -\frac{9}{125} \wedge b = \frac{72}{25} \wedge c = 16,2$		4	
d	Die Steigung von k an der Stelle t ist $k'(t)$. Da die Verbindungsstrecke des Pfostenpaares orthogonal den Graphen von k schneidet, ist die Steigung dieser Geraden gleich dem negativen Kehrwert: $-\frac{1}{k'(t)}$. Wird in die Funktionsgleichung auf der rechten Seite t eingesetzt, so folgt $-\frac{1}{k'(t)} \cdot t + k(t) + \frac{t}{k'(t)} = k(t).$ Somit geht die Gerade durch P_t .			3
e	$W(x) = 10 e^{0,1x} + 5x$ $h(x) = w(x) \Rightarrow x \approx 1,6 \vee x = 31,2$ $\int_{1,6}^{31,2} h(x) - w(x) dx = \int_{1,6}^{31,2} \left(-\frac{1}{10}(x-20)^2 + 40 \right) - (e^{0,1x} + 5) dx \approx 567 \text{ [m}^2\text{]}$		5	
f	Der Punkt $T(t h(t))$ liegt auf dieser Geraden. Die Gerade durch A und T hat die Steigung $\frac{h(t)-36}{t-10}$. $h'(t) = \frac{h(t)-36}{t-10} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}t + 4 = \frac{-\frac{1}{10}t^2 + 4t - 36}{t-10}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{10}t^2 + 2t - 4 = 0$ $\Leftrightarrow t \approx 2,25 \vee t \approx 17,75$ Die Gerade beschreibt die Sichtbegrenzung von Antonia und berührt daher rechts von A den Graphen von g, also ist $t \approx 17,75$ der gesuchte Wert.			5
	Verteilung der insgesamt 25 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	5	12	8

Teil 2 – Aufgabe 3

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

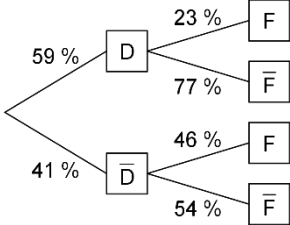
Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		Lösungsskizze	I	II	III
1	a	$f_k(8) = 0 \Leftrightarrow (8 \cdot k + 0,16) \cdot e^4 = 0 \Leftrightarrow k = -0,02$	2		
	b	Aus $f_k(x) = f_l(x)$ folgt für $k \neq l$ mit $e^{0,5x} \neq 0$ $(k \cdot x + 0,16) \cdot e^{0,5x} = (l \cdot x + 0,16) \cdot e^{0,5x} \Leftrightarrow k \cdot x = l \cdot x \Leftrightarrow x = 0$. Schnittpunkt: $(0 0,16)$		3	
	c	$f_k''(x) = 0,5 \cdot k \cdot e^{0,5x} + 0,5 \cdot (0,5 \cdot k \cdot x + k + 0,08) \cdot e^{0,5x}$ $= (0,25 \cdot k \cdot x + k + 0,04) \cdot e^{0,5x}$		2	
	d	$f_k''\left(-2 - \frac{4}{25 \cdot k}\right) = \left(0,25 \cdot k \cdot \left(-2 - \frac{4}{25 \cdot k}\right) + k + 0,04\right) \cdot e^{0,5 \cdot \left(-2 - \frac{4}{25 \cdot k}\right)}$ $= (-0,5 \cdot k - 0,04 + k + 0,04) \cdot e^{-1 - \frac{2}{25 \cdot k}} = 0,5 \cdot k \cdot \underbrace{e^{-1 - \frac{2}{25 \cdot k}}}_{>0} > 0 \Leftrightarrow k > 0$		4	
2	a	$f_{-0,015}''(x) = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{3}{800} \cdot x + \frac{1}{40}\right) \cdot e^{0,5x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$ An dieser Stelle wechselt die Krümmungsrichtung des obersten Drahtbogens.	3		
	b	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (f_{-0,015}(1,5) + 0,1)^2 \cdot 1,5 \approx 0,72 [\text{cm}^3]$		3	
	c	Wegen $\frac{100000}{7200 \cdot 2 \cdot \pi} \approx 2,21$ muss der y-Wert der 2,21 betragen, damit der Punkt einen Kilometer zurückzulegen. Aus $f_{-0,015}(x) = 2,21$ folgt $x \approx 8,1 \vee x \approx 9,14$.			4
	d	Es lässt sich der Abbildung entnehmen, dass $\int_{\frac{32}{3}}^{\frac{32}{2}} g(x) dx \approx 11$ ist. Der sichtbare Teil eines Drahts ist daher ungefähr 22 cm lang. Wegen $140 - 6 \cdot 22 = 8$, bleiben 8 cm zur Verklebung über. Die 12 Drahtenden werden daher jeweils ungefähr $\frac{2}{3}$ cm tief verklebt.			4
		Verteilung der insgesamt 25 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	5	12	8

Teil 2 – Aufgabe 4

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		Lösungsskizze	I	II	III
1	a	 D: „Eine Person hat Datenschutzbedenken.“ F: „Eine Person nutzt ein Fitnessarmband.“ $0,41 \cdot x = 0,19$ liefert $x \approx 46\%$.	3		
	b	$\frac{0,59 \cdot 0,23}{0,59 \cdot 0,23 + 0,19} \approx 42\%$		3	
	c	0,23 ist der Anteil der Kunden, die ein Fitnessarmband nutzen, unter den Kunden mit Datenschutzbedenken. $0,59 \cdot 0,23 + 0,19$ ist der Anteil der Kunden, die ein Fitnessarmband nutzen, unter allen Kunden. Da die beiden Anteile nicht übereinstimmen, sind diese Ereignisse stochastisch abhängig.		3	
	d	X: Anzahl der Kunden mit Datenschutzbedenken $P_{0,59}^{100}(X > 50) \approx 96\%$	2		
	e	$a = 0,41$, $b = 100 - k$ Ereignis: „Höchstens die Hälfte der ausgewählten Kunden hat Datenschutzbedenken.“		3	
	f	$0,41^{2n} = 0,41^n \cdot 0,41^n \neq \frac{1}{2} \cdot 0,41^n$, d. h. es gibt keinen solchen Wert von n.		3	
2	a	Y: Anzahl der fehlerhaften Armbänder Gemäß der Abbildung liegt der Ablehnungsbereich im Intervall $[0;10]$. Mit $P_{0,06}^{220}(Y \leq 10) \approx 0,23$, $P_{0,07}^{220}(Y \leq 10) \approx 0,09$, $P_{0,08}^{220}(Y \leq 10) \approx 0,03$ gilt $p_0 = 7\%$.			5
	b	Bei gleichem Ablehnungsbereich ist der Fehler erster Art bei diesem Hypothesentest gemäß der Abbildung geringer. Folglich wurde ein höherer Wert von p_0 angenommen.			3
Verteilung der insgesamt 25 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche			5	12	8

Teil 2 – Aufgabe 5

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	$\overrightarrow{A_1B_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4,5 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overrightarrow{D_1C_1}; \overrightarrow{B_1A_1} * \overrightarrow{B_1C_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix} = 0$ Seitenfläche I der Haube: $\frac{ \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} }{2} \cdot \overrightarrow{B_1C_1} = \frac{\sqrt{85} + \frac{1}{2}\sqrt{85}}{2} \cdot \sqrt{85} = 63,75 \text{ [dm}^2\text{]}$	5		
b	$A_2(-6 8 16), \overrightarrow{A_1A_2} = \left \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right = 12$		3	
c	$\cos^{-1} \left(\frac{ \overrightarrow{C_1B_1} \cdot \overrightarrow{C_1B'_1} }{ \overrightarrow{C_1B_1} \cdot \overrightarrow{C_1B'_1} } \right) = \cos^{-1} \left(\frac{\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 7,75 \end{pmatrix}}{\sqrt{85} \cdot \sqrt{(-5)^2 + 7,75^2}} \right) \approx 20,3^\circ$		3	
d	Die Gerade g durch K entlang $\vec{v}$ hat die Parametergleichung $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -6,5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}.$ K' ist der Durchstoßpunkt dieser Geraden mit E: $9 \cdot (8 - 8k) + 2 \cdot (16 - 6,5k) = 19 \Rightarrow k = 1$ Durch Einsetzen von $k = 1$ in g folgt $\overrightarrow{OK'} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 9,5 \end{pmatrix}$. Da die Kante $\overrightarrow{A_1A_2}$ parallel zur Rückwand und zum Boden verläuft, wird die gesuchte Gerade durch $g: \vec{x} = \overrightarrow{OK'} + r \cdot \overrightarrow{KA_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 9,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R},$ beschrieben.		6	
e	Der gesuchte Punkt liegt auf einer Höhe von 5, also folgt: $0,2 \cdot t^2 - 8t + 85 = 5 \Leftrightarrow t = 20.$ Damit ist der Punkt bei $(3 4 5)$.			3

	Lösungsskizze	I	II	III
f	Wird die neue Position der ursprünglich durch C_2 dargestellten Ecke mit P bezeichnet, so muss der Vektor $\overrightarrow{C_1P}$ parallel zur x_1x_2-Ebene verlaufen und senkrecht zu den einfallenden Sonnenstrahlen sein, also parallel zu $\vec{w} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}.$ Da die Breite der Sitzfläche 12 Dezimeter beträgt, folgt $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC_1} + \frac{12}{ \vec{w} } \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{12}{\sqrt{(-8)^2 + 6^2}} \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + 1,2 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,6 \\ 8,2 \\ 5 \end{pmatrix}.$			5
	Verteilung der insgesamt 25 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	5	12	8

Teil 2 – Aufgabe 6

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	Diagramm II; $p = 0,5$; $q = 0,6$	2		
b	$M \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -0,3 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & -0,8 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & -0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 19 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R}.$ Wegen $19t + 10t + 7t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{36}$ gilt: $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{19}{36} \\ \frac{5}{18} \\ \frac{7}{36} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 52,8\% \\ 27,8\% \\ 19,4\% \end{pmatrix}$		3	
c	$\begin{pmatrix} 0,7 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 360 \\ 420 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 306 \\ 348 \\ 246 \end{pmatrix}$ Prozentualer Anteil der Fahrzeuge: $\frac{306}{900} = 34\%$ Anteil der Fahrzeuge, die für keine Fahrt eingesetzt wurden: $\frac{0,7 \cdot 120}{306} \approx 27,5\%$	3		
d	Die Summe $a_1 + b_1 + c_1$ gibt die Anzahl der Fahrzeuge an, die im Laufe des Montags den Standort wechseln. Begründung: Die verwendete Matrix entsteht aus M, indem man die Einträge auf der Diagonale jeweils durch 0 ersetzt. Damit entfallen die Fahrzeuge, die im Laufe des Montags den Standort nicht wechseln.		4	
e	Die Aussage A_1 ist richtig. Begründung: Die Anzahl der Fahrzeuge an den Standorten A und C am Donnerstagabend ist: $900 - (0,24 \cdot 0 + 0,32 \cdot 900 + 0,32 \cdot 0) = 0,68 \cdot 900$ Die Aussage A_2 ist richtig. Begründung: Sind a und b die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A bzw. B am Dienstagabend, so ergibt sich für die Anzahl der Fahrzeuge am Standort B am Donnerstagabend $0,24 \cdot a + 0,32 \cdot b + 0,32 \cdot 0 \geq 0,24 \cdot (a + b)$.		5	
f	Wegen $\lim_{n \rightarrow \infty} (-0,2^n \cdot \vec{r}_1 \cdot \vec{e}_1 + 0,4^n \cdot \vec{r}_2 \cdot \vec{e}_2 + \vec{r}_3 \cdot \vec{e}_3) = \vec{r}_3 \cdot \vec{e}_3$ gilt: $\vec{v}_0 = -45 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + 104 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 475 \\ 250 \\ 175 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 222 \\ 444 \\ 234 \end{pmatrix}$ $\vec{v}_{-1} = M^{-1} \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 180 \\ 60 \\ 660 \end{pmatrix}$			4

	Lösungsskizze	I	II	III
g	Die Verteilung der Fahrzeuge am Sonntagabend ist $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Die Verteilung der Fahrzeuge am Dienstagabend ist $M^2 * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Die Verteilung der Fahrzeuge am Mittwochmorgen ist $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * M^2 * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$ Die Verteilung der Fahrzeuge am Freitagabend kann also mit folgendem Term berechnet werden: $M^3 * \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * M^2 * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.			4
	Verteilung der insgesamt 25 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	5	12	8