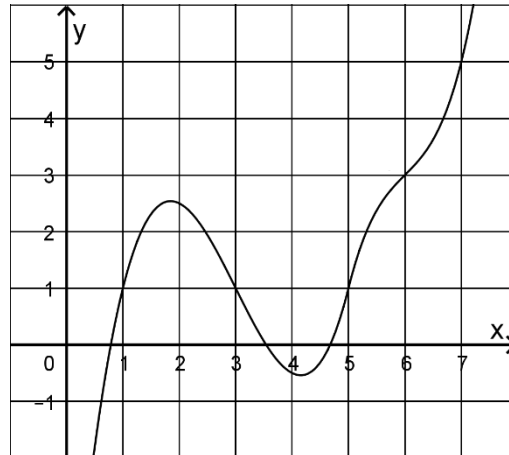


Teil 1 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f . Die Abbildung zeigt den Graphen von f .



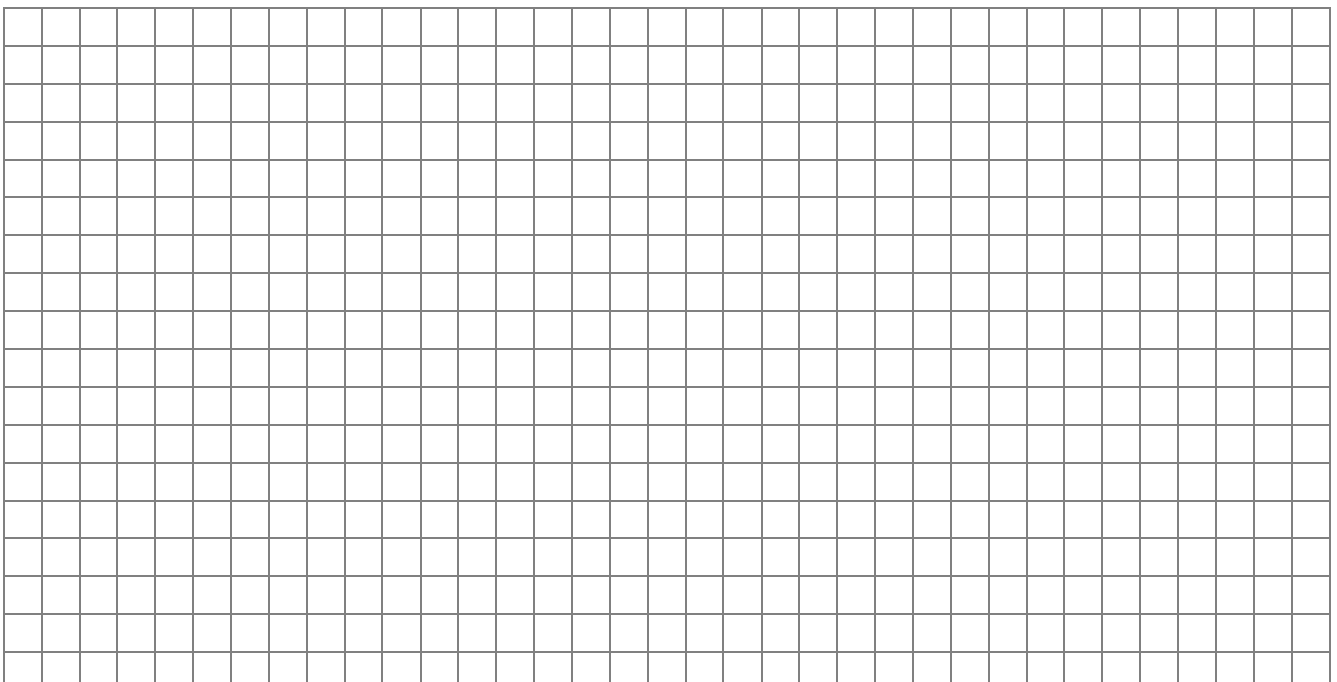
- a** Bestimmen Sie die mittlere Änderungsrate $\frac{f(6) - f(1)}{5}$.
Veranschaulichen Sie die mittlere Änderungsrate in der Abbildung.
- b** Ermitteln Sie den Wert von b ($b \in \mathbb{R}$), für den gilt: $\int_2^b f(x) dx = 4$.

BE

2

3

5



Teil 1 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

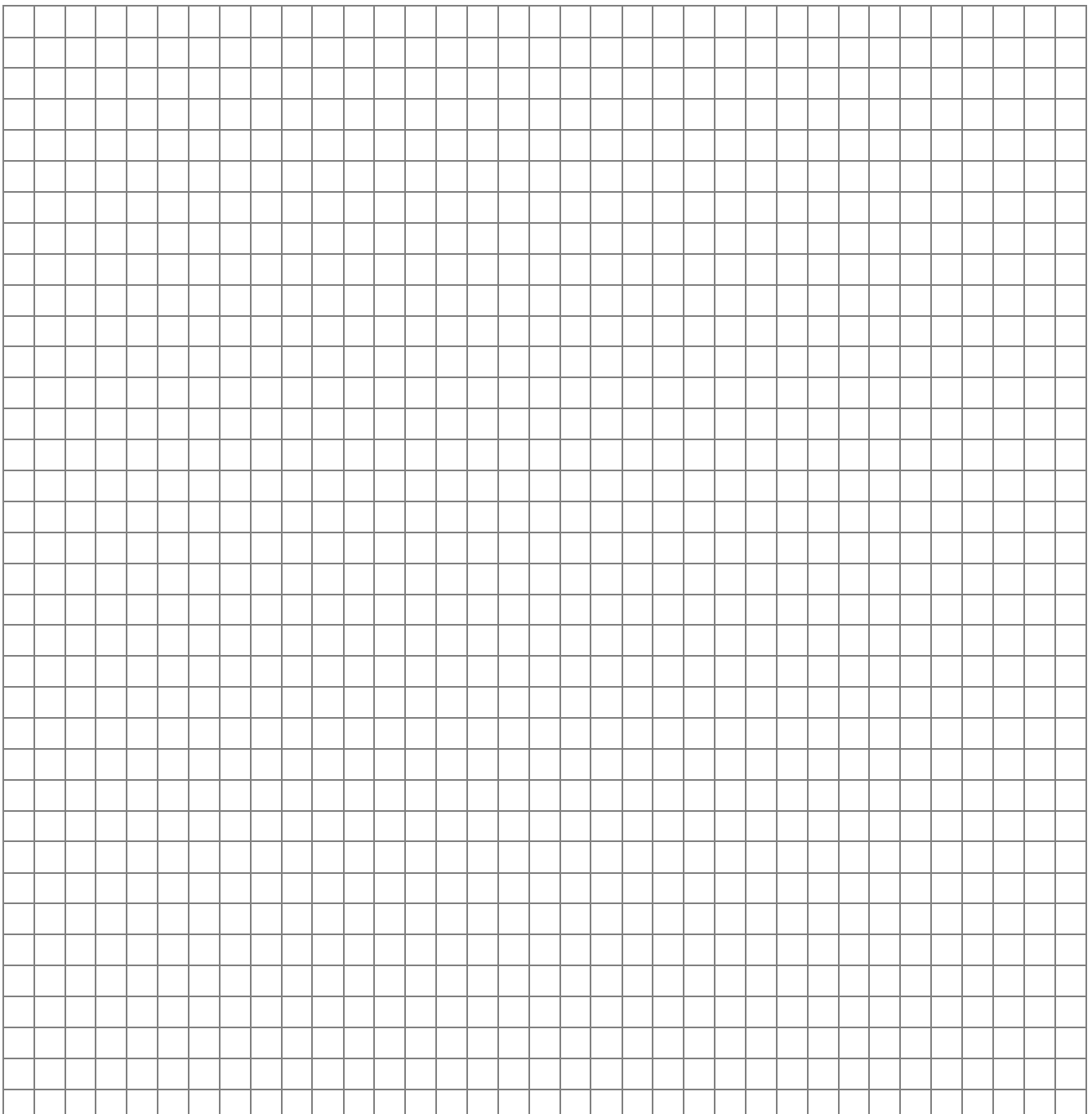
Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2$. Der Graph von f hat genau einen Wendepunkt.

Untersuchen Sie, ob die Tangente in diesem Wendepunkt durch den Ursprung geht.

BE

5

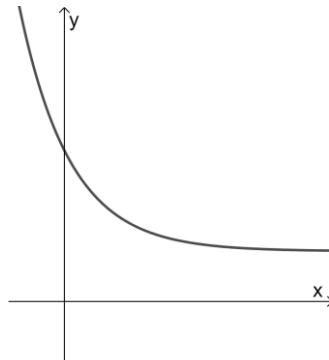
5



Pflichtaufgabe: Teil 1 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis

BE

Die Abbildung zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit $f(x) = 2 \cdot e^{-x} + 1$.

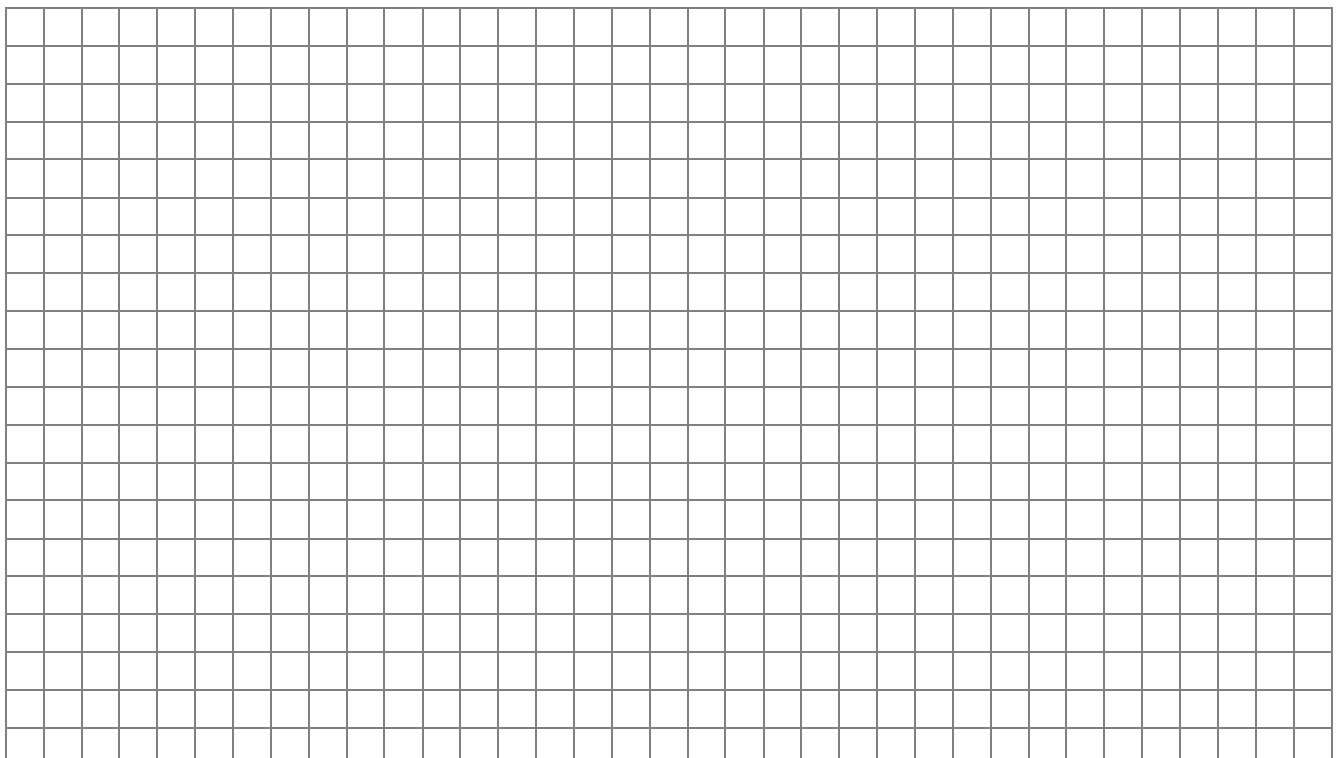


- a** Zeigen Sie, dass $f'(0) = -2$ gilt.
- b** Die Tangente an den Graphen von f an der Stelle 0 bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.
Entscheiden Sie, ob dieses Dreieck gleichschenkelig ist.

1

4

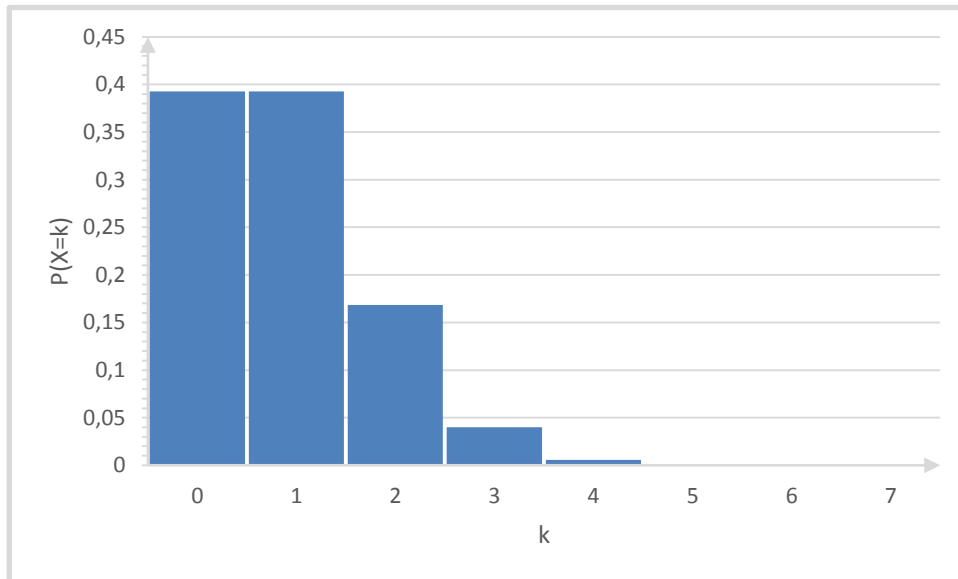
5



Teil 1 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Stochastik

Gegeben ist die Zufallsgröße X .

a Die Abbildung zeigt das zugehörige Histogramm von X .



Bestimmen Sie $P(X > 0)$ mithilfe der Abbildung.

b X ist binomialverteilt mit $n = 7$ und $p = \frac{1}{8}$.

Geben Sie einen Term für die Berechnung von $P(X = 0)$ an.

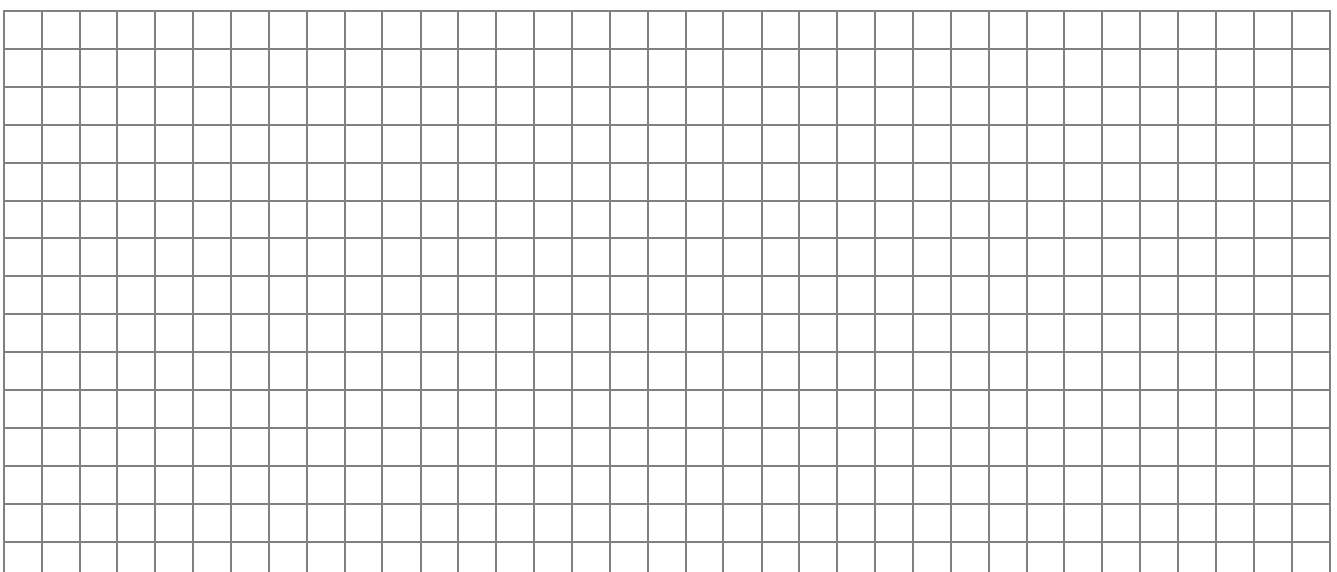
Zeigen Sie rechnerisch, dass: $P(X = 0) = P(X = 1)$.

BE

1

4

5



Teil 1 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

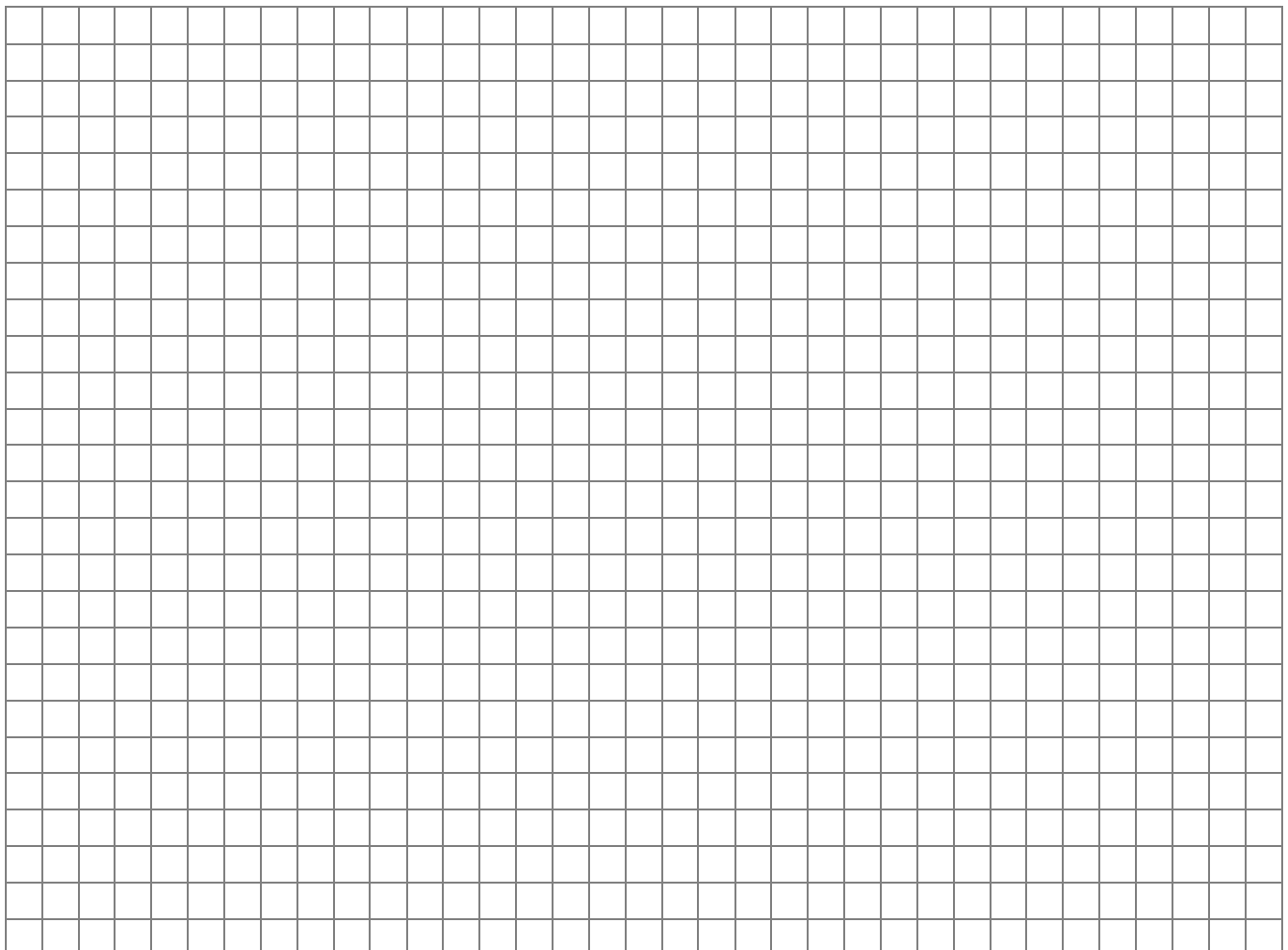
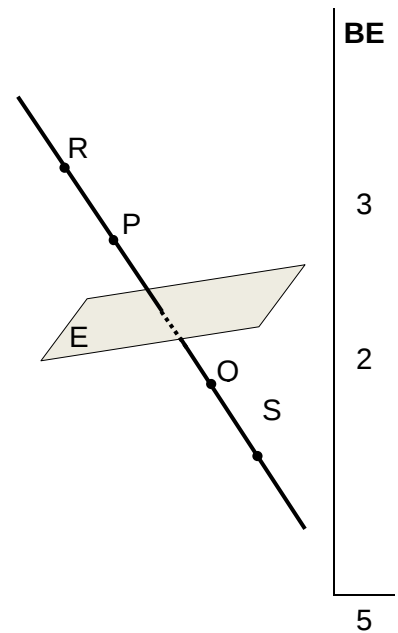
Wird der Punkt $P(1|2|3)$ an der Ebene E gespiegelt,
so ergibt sich der Punkt $Q(7|2|11)$.

- a** Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts der
Strecke $\overline{PQ}$.

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E .

- b** Auf der Gerade durch P und Q liegen die Punkte R und S sym-
metrisch bezüglich E ; dabei liegt R bezüglich E auf der gleichen
Seite wie P . Der Abstand von R und S ist doppelt so groß wie der
Abstand von P und Q .

Bestimmen Sie die Koordinaten von R .



Teil 1 – Aufgabe 7 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

Gegeben ist die Ebene $E: 3x_1 - 2x_2 = 0$.

a Zeigen Sie, dass der Punkt $(1|15|7)$ in E liegt.

b Beschreiben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem.

c Bestimmen Sie diejenige reelle Zahl s , für die die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ s \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ parallel zu E steht.

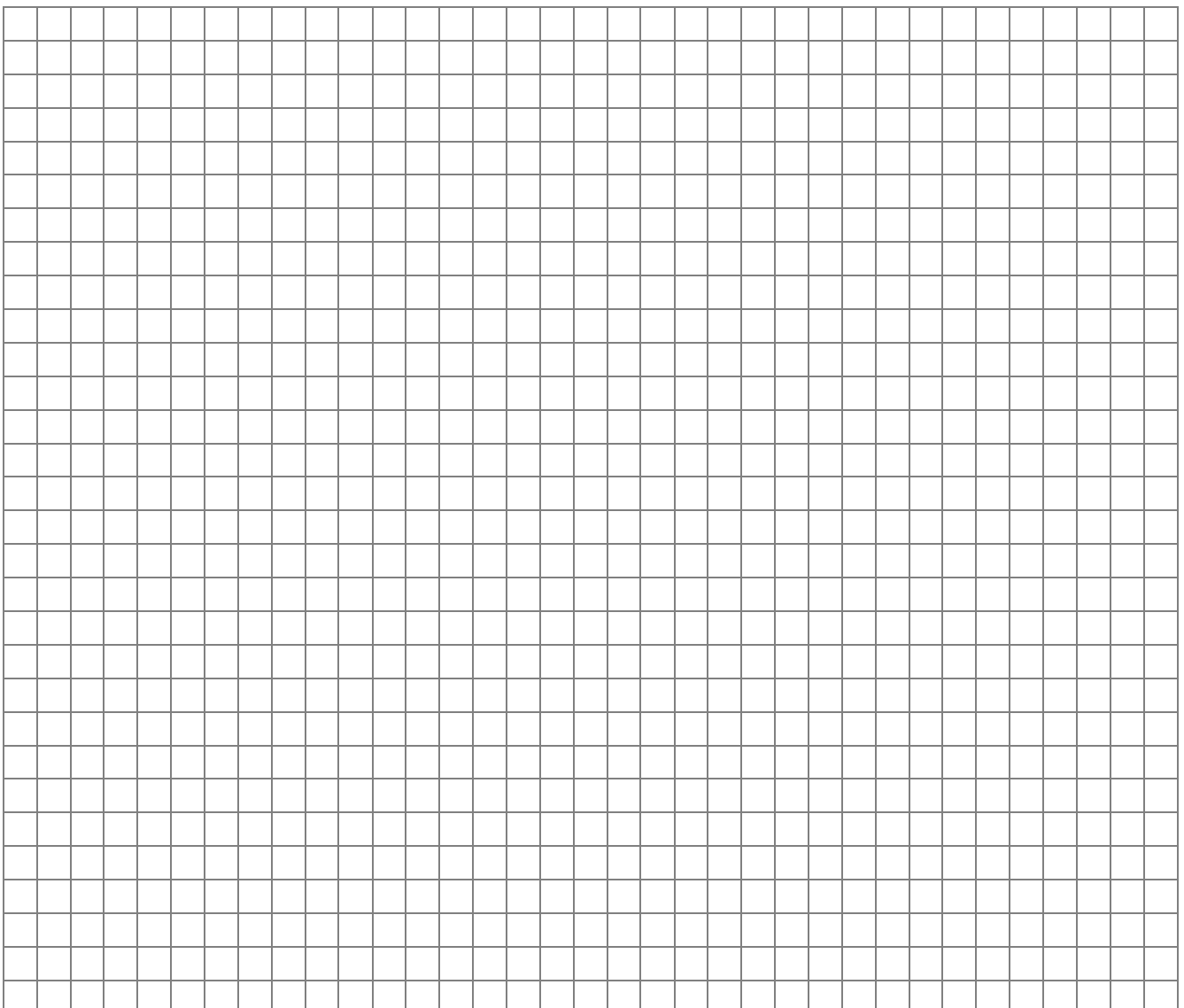
BE

1

2

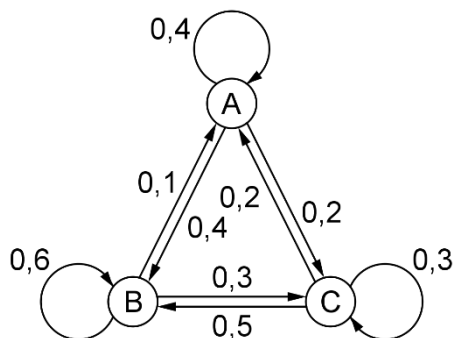
2

5



Teil 1 – Aufgabe 9 - zum Themenbereich Lineare Algebra

Die drei Stromanbieter A, B und C konkurrieren in derselben Stadt um Kunden. Die Kunden können ihre Verträge zum Ende jedes Quartals kündigen. Das abgebildete Diagramm beschreibt die Wechsel der Kunden zwischen den drei Stromanbietern von einem Quartal zum nächsten. Diese Wechsel können mithilfe einer Matrix M durch die Gleichung $\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n$ beschrieben werden, wobei die Ein-



träge des Vektors $\vec{v}_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$ die Anzahlen der Kunden des Anbieters A, B bzw. C im n -ten Quartal sind.

- a** Eine der beiden Darstellungen I und II stimmt für passende Werte von x und y mit der Matrix M überein. Geben Sie diese Darstellung sowie die Werte von x und y an.

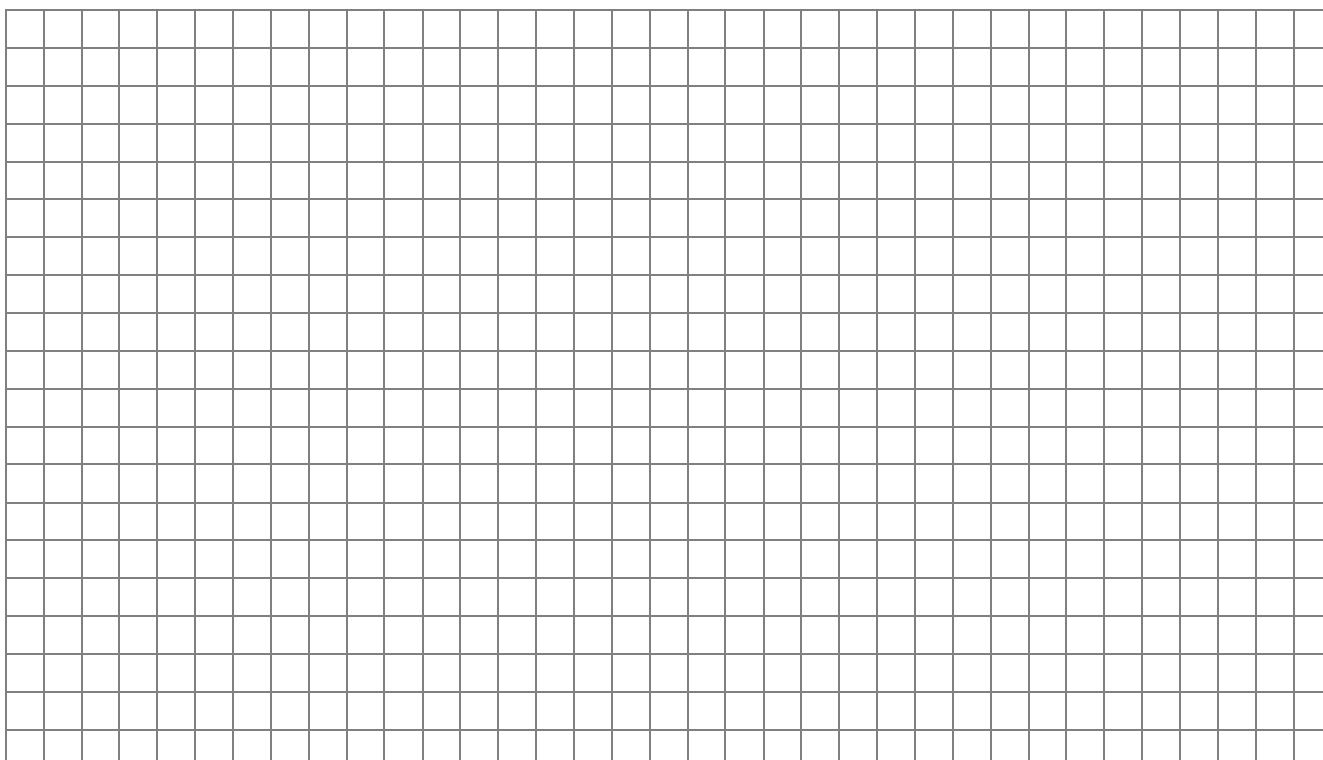
$$\text{I } \begin{pmatrix} 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0,4 & 0,6 & x \\ 0,2 & y & 0,3 \end{pmatrix} \quad \text{II } \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,6 & x \\ 0,2 & y & 0,3 \end{pmatrix}$$

- b** Berechnen Sie den Eintrag der ersten Zeile und ersten Spalte der Matrix M^2 . Beschreiben Sie die Bedeutung der dritten Zeile der Matrix M^2 im Sachzusammenhang.

2

3

5



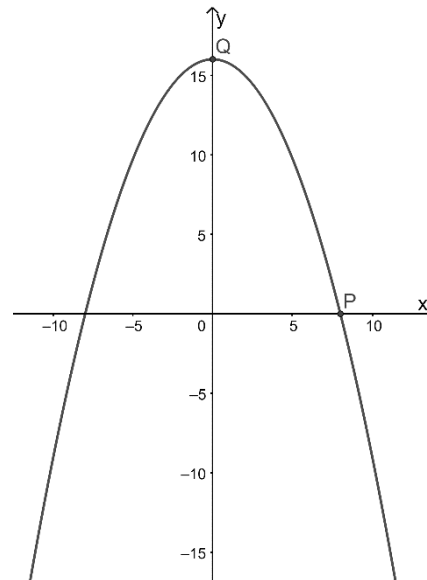
Pflichtaufgabe: Teil 2 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

Dreieck

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f ist gegeben durch

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 16.$$

In der Abbildung ist ihr Graph zu sehen.



BE

- a** Der Graph von f wird an der x -Achse gespiegelt.

2

Skizzieren Sie den gespiegelten Graphen in der Abbildung und **geben** Sie eine Funktionsgleichung des gespiegelten Graphen **an**.

- b** **Berechnen** Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Normalparabel mit dem Graphen von f .

3

Die Punkte $P(8|0)$ und $Q(0|16)$ liegen sowohl auf dem Graphen von f als auch auf der Geraden g .

- c** **Begründen** Sie, dass $y = -2x + 16$ eine Funktionsgleichung von g ist.

3

Geben Sie einen weiteren Punkt auf der Geraden g **an**.

Die Punkte P und Q bilden zusammen mit dem Koordinatenursprung O das Dreieck OPQ .

- d** **Bestimmen** Sie den Umfang des Dreiecks OPQ .

2

- e** Der Graph von f und die Koordinatenachsen begrenzen im 1. Quadranten eine Fläche A .

5

Veranschaulichen Sie A in der Abbildung.

Das Dreieck OPQ bedeckt einen Teil der Fläche A .

Berechnen Sie, welcher Anteil der Fläche A nicht von diesem Dreieck bedeckt ist.

15

b Betrachtet wird der Verlauf der Fahrbahnmitte. Er wird durch den Graphen G_k einer quadratischen Funktion k beschrieben (vgl. Abbildung 1).

4

Dabei gilt:

- G_k schneidet die y -Achse bei 16,2.
- Der Abstand der Straßenränder zwischen den Hochpunkten P von G_f und Q von G_h beträgt 10 Meter.

Ermitteln Sie aus diesen Angaben eine Funktionsgleichung von k .

Im Kurveninneren befindet sich eine Wildblumenwiese, die in Abbildung 1 durch G_h und den Graphen G_w der Funktion w mit

$$w(x) = e^{0,1x} + 5, \quad x \in \mathbb{R},$$

eingeschlossen wird.

c Geben Sie eine Stammfunktion von w **an**.

5

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Wildblumenwiese.

d Antonias Fahrspur verläuft vor der Kurve durch den Punkt $A(10|36)$, siehe Abbildung 2. Hier wird ihr Blick auf die Straße durch die hochwüchsige Wildblumenwiese im Kurveninneren eingeschränkt.

5

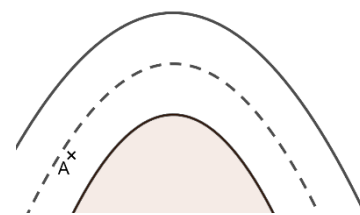


Abbildung 2

Eine Gerade verläuft durch $A(10|36)$ und den Punkt $T(t|h(t))$.

Beschreiben Sie die geometrische Bedeutung des folgenden Terms:

$$\frac{h(t) - 36}{t - 10}.$$

Für die Koordinate t des Punktes T gelten folgenden beiden Eigenschaften:

- (1) $h'(t) = \frac{h(t) - 36}{t - 10}$
- (2) $t > 10$

Ermitteln Sie t .

Geben Sie die Bedeutung von T im Sachzusammenhang **an**.

20

Teil 2 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis

Schneebesen

BE

Der Aufsatz für einen elektrischen Schneebesen besteht aus einem Stiel und einem 1,5 cm langen Zylinder aus Edelstahl, in dem 6 gleichlange, gebogene Drähte an beiden Enden eingeklebt sind. Die x-Achse verläuft entlang der Drehachse des Schneebesens und die y-Achse wie in Abbildung 1 dargestellt. Eine Einheit entspricht einem Zentimeter.

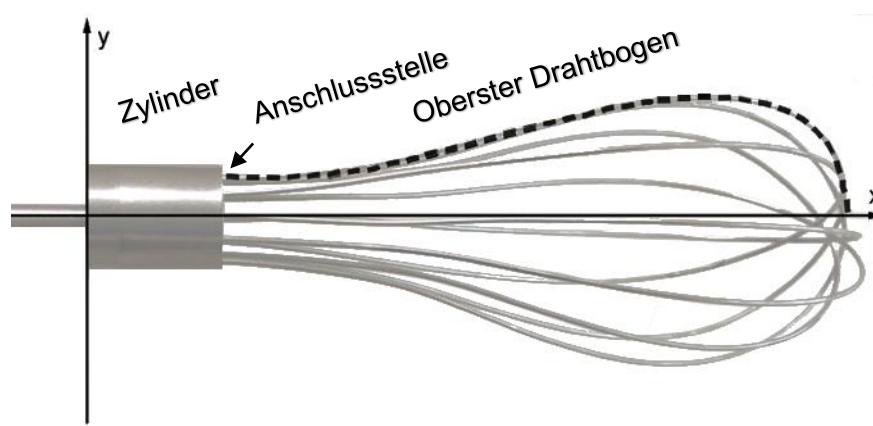


Abbildung 1: Aufsatz des Schneebesens

Der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit

$$f(x) = (-0,015x + 0,16) \cdot e^{0,5x}$$

beschreibt für $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{32}{3}\right]$ den Verlauf des markierten Teils des obersten Drahtbogens im Modell.

Die erste Ableitung von f ist f' mit

$$f'(x) = \left(-\frac{3}{400} \cdot x + \frac{13}{200}\right) \cdot e^{0,5x}.$$

a Zeigen Sie, dass für die zweite Ableitung f'' von f gilt:

$$f''(x) = \left(-\frac{3}{800} \cdot x + \frac{1}{40}\right) \cdot e^{0,5x}.$$

b Zeigen Sie, dass der Graph von f einen Hochpunkt bei $H\left(\frac{26}{3}; 2,29\right)$ hat und **geben** Sie die Bedeutung seines y-Wertes im Sachzusammenhang **an**.

c Der oberste Drahtbogen wechselt an einer Stelle die Krümmungsrichtung. **Berechnen** Sie diese Stelle.

2

4

2

- d** Die Funktion f hat eine Nullstelle bei $\frac{32}{3}$.

4

Bestimmen Sie den Steigungswinkel des Graphen von f an dieser Nullstelle.

Beurteilen Sie die Qualität des Modells, indem Sie den tatsächlichen Verlauf des obersten Drahtbogens in Abbildung 1 mit diesem Steigungswinkel vergleichen.

- e** Der Radius des Zylinders ist 1 mm größer als der vertikale Abstand des obersten Drahtbogens zur x-Achse an der Anschlussstelle.

3

Bestimmen Sie das Volumen des Zylinders.

- f** Der Aufsatz des Schneebesens rotiert in einer Minute 7200-mal um die Drehachse.

3

Im Modell gibt es Punkte, die auf dem obersten Drahtbogen liegen und dabei auf ihrer Kreisbahn einen Kilometer zurücklegen.

Bestimmen Sie den zugehörigen Radius und die entsprechenden x-Werte.

- g** In Abbildung 2 ist der Graph einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g gegeben.

2

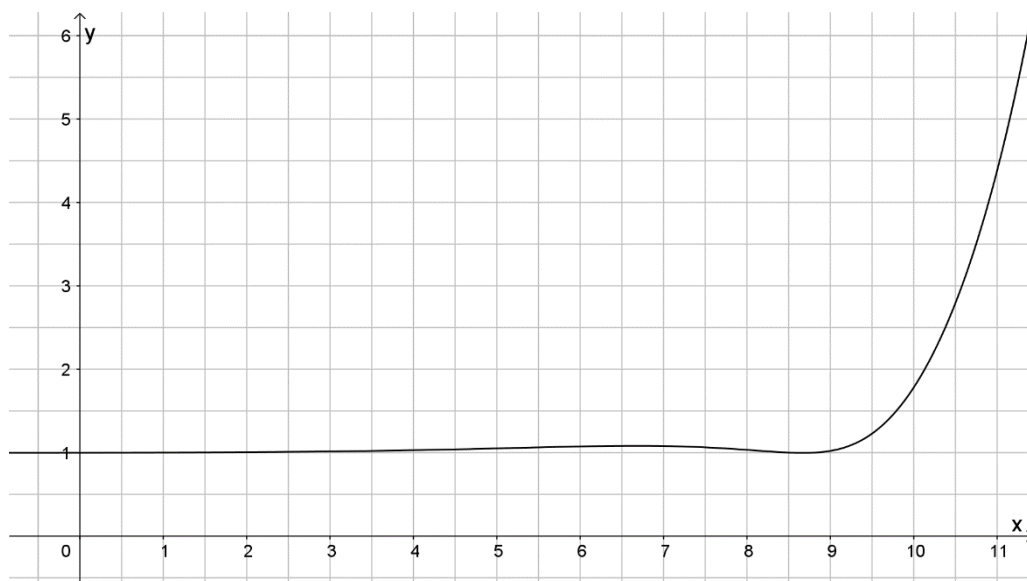


Abbildung 2

Der Wert des Integrals $\int_a^b g(x) dx$ entspricht der Länge des Graphen von f auf dem Intervall $[a; b]$.

Der Draht ist an beiden Enden 0,5 cm tief im Zylinder eingeklebt. **Bestimmen** Sie die Länge des Drahts mithilfe von Abbildung 2.

20

Teil 2 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Stochastik

Paketzentrum

BE

In einem Paketzentrum werden pro Jahr viele Millionen Pakete angeliefert. Die Pakete werden automatisch nach ihrem Bestimmungsort sortiert. 10 % der Pakete haben das Ziel A, 7 % das Ziel B. Die übrigen Pakete haben andere Ziele. Es soll davon ausgegangen werden, dass unter den ausgewählten Paketen die Anzahl der Pakete mit dem Ziel B binomialverteilt ist.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 zufällig ausgewählten Paketen

3

- genau neun das Ziel B haben.
- weniger als neun das Ziel B haben.

b Unter 100 zufällig ausgewählten Paketen haben genau neun das Ziel B. **Berechnen** Sie die prozentuale Abweichung dieser Anzahl vom Erwartungswert für die Anzahl von Paketen mit dem Ziel B unter 100 zufällig ausgewählten Paketen.

3

Im Paketzentrum werden 20 Pakete zufällig ausgewählt.

c Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den 20 ausgewählten Paketen keines das Ziel C hat, beträgt etwa 54 %. **Ermitteln** Sie den Anteil der Pakete mit dem Ziel C unter allen Paketen, die pro Jahr im Paketzentrum angeliefert werden.

3

d Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang kann mit dem Term

2

$$0,9^{14} \cdot \sum_{i=0}^3 \binom{6}{i} \cdot 0,1^i \cdot 0,9^{6-i}$$

berechnet werden.

Geben Sie ein passendes Ereignis **an**.

Alle im Paketzentrum angelieferten Pakete werden im Rahmen der Sortierung gewogen. 5 % der Pakete haben eine Masse von mehr als 10 kg und gelten damit als schwer. Von den Paketen mit dem Ziel A sind 8 % schwer. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Paket das Ziel A bzw. B hat, bleibt dabei unverändert.

Ein Paket wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

S: „Das ausgewählte Paket ist schwer.“

Z: „Das ausgewählte Paket hat das Ziel A.“

e Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel **dar**.

3

f Untersuchen Sie, ob der Anteil der Pakete mit dem Ziel A unter den Paketen, die schwer sind, genauso groß ist wie unter den Paketen, die nicht schwer sind.

3

- g** Von den Paketen, die das Ziel B haben, sind 2 % schwer. **Entscheiden** Sie, ob der Anteil der schweren Pakete unter denjenigen, die weder das Ziel A noch das Ziel B haben, kleiner als 5 %, gleich 5 % oder größer als 5 % ist. **Begründen** Sie Ihre Entscheidung.

3

20

Teil 2 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

Strandkorb

BE

Abbildung 1 zeigt einen Strandkorb, bei dem die Haube nach hinten verstellt werden kann. Im Folgenden wird das Modell dieses Strandkorbs betrachtet (siehe Abbildung 2).

Die x_1x_2 -Ebene stellt den horizontalen Boden dar. Die x_3 -Achse zeigt vertikal nach oben. Eine Einheit entspricht einem Dezimeter.



Abbildung 1: Foto eines Strandkorbs

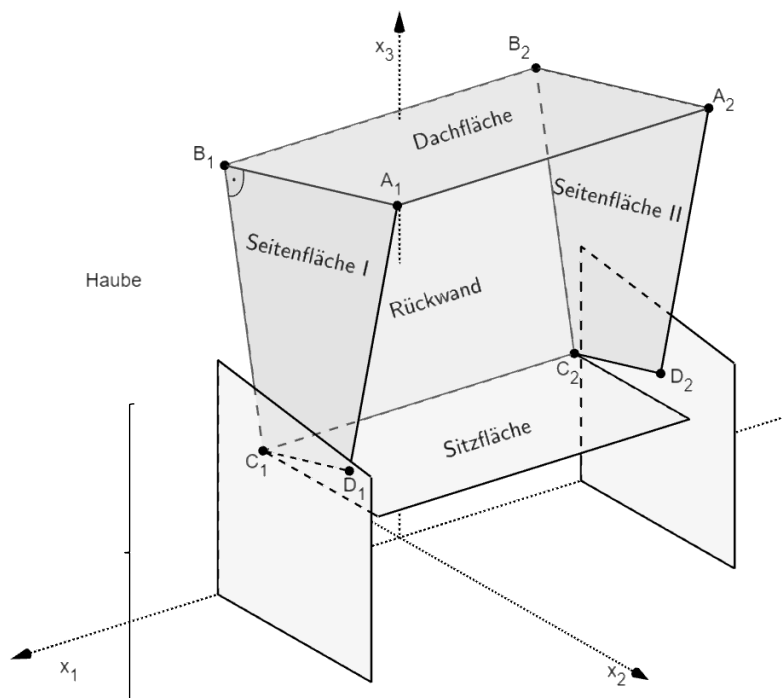


Abbildung 2: Modell des Strandkorbs

Die Seitenfläche I der Haube wird durch das Viereck $A_1B_1C_1D_1$ mit

$$A_1(6 \mid 8 \mid 16), B_1(6 \mid -1 \mid 14), C_1(6 \mid 1 \mid 5), D_1(6 \mid 5,5 \mid 6)$$

beschrieben.

a Zeigen Sie, dass dieses Viereck ein Trapez und kein Rechteck ist.

Zeigen Sie rechnerisch, dass dieses Viereck einen rechten Winkel bei B_1 hat.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenfläche I der Haube.

Der Strandkorb ist symmetrisch bezüglich der x_2x_3 -Ebene.

b Geben Sie Koordinaten der Eckpunkte A_2 und B_2 der Seitenfläche II der Haube **an**.

Zeigen sie, dass die Breite der Haube zwischen A_1 und A_2 12 Dezimeter beträgt.

6

4

Die Sonne scheint auf den Strandkorb. Die Sonnenstrahlen verlaufen entlang des Vektors

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -17 \\ -8,5 \end{pmatrix}.$$

- c** Ein Käfer sitzt auf der vorderen Kante der Haube und wirft seinen Schatten auf die Rückwand. Der Käfer wird als Punkt $K(0 \mid 8 \mid 16)$ auf der Kante $\overline{A_1A_2}$ beschrieben und sein Schatten als Punkt K' . Die Rückwand der Haube liegt in der Ebene $9x_2 + 2x_3 = 19$.

Berechnen Sie die Koordinaten von K' .

- d** Die Haube wird nun nach hinten verstellt. Dabei bleiben die Punkte C_1 und C_2 auf ihrer Position. Wenn die Haube so verstellt wird, dass die Rückwand zusammen mit der Sitzfläche eine waagrechte Liegefläche bildet, wird der Punkt B_1 auf den Punkt $B'_1(x \mid y \mid z)$ gedreht.

Begründen Sie, dass $z = 5$ gilt, **geben** Sie den Wert von x **an** und **berechnen** Sie den Wert von y .

5

5

20

Teil 2 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Lineare Algebra

Fahrzeuge

BE

Ein Transportunternehmen verfügt über insgesamt 150 Fahrzeuge, mit denen tagsüber Waren transportiert werden. Vom Abend eines Tages bis zum Morgen des nächsten Tages stehen die Fahrzeuge an einem der drei Standorte A, B und C. Die Verteilungen der Fahrzeuge

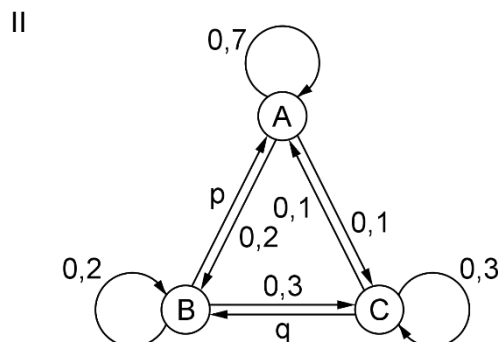
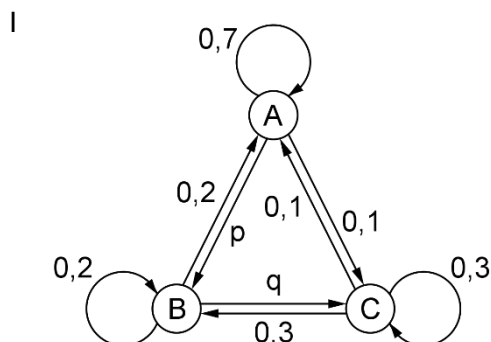
auf die drei Standorte werden durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ angegeben; dabei sind a, b und c

die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A, B bzw. C. Die Änderung der Verteilung vom Abend eines Tages n zum Abend des folgenden Tages wird durch die Gleichung

$$\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n \quad \text{mit} \quad M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix} \text{ beschrieben.}$$

- a Eines der beiden Diagramme I und II stellt den beschriebenen Sachzusammenhang dar. **Geben** Sie dieses Diagramm und dazu die passenden Werte von p und q an.

2



An einem Sonntagabend befinden sich 20 Fahrzeuge am Standort A, 60 am Standort B und 70 am Standort C.

- b **Berechnen** Sie für den folgenden Montagabend den prozentualen Anteil der Fahrzeuge am Standort A.

2

c Gegeben ist die Gleichung $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 60 \\ 70 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$.

4

Geben Sie an, was die Summe $a_1 + b_1 + c_1$ im Sachzusammenhang bedeutet.

Begründen Sie Ihre Angabe mithilfe der Einträge in der Matrix in dieser Gleichung.

Es gilt $M^2 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,48 & 0,4 \\ 0,24 & 0,32 & r \\ 0,16 & 0,2 & s \end{pmatrix}$.

d Berechnen Sie die Werte von r und s .

2

e Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen.

5

A_1 : Wenn sich an einem Dienstagabend alle 150 Fahrzeuge am Standort B befinden, so sind am Abend des folgenden Donnerstags 32 % aller Fahrzeuge am Standort B.

A_2 : Wenn sich an einem Dienstagabend kein Fahrzeug am Standort C befindet, so sind am Abend des folgenden Donnerstags mindestens 24 % aller Fahrzeuge am Standort B.

f An einem anderen Sonntag werden die Fahrten für die folgende Woche geplant:

5

Aufgrund eines besonderen Auftrags beginnen am Montagmorgen 10 % der Fahrzeuge am Standort B und am Mittwochmorgen 3 Fahrzeuge am Standort A eine Fernfahrt, von der sie innerhalb dieser Woche nicht mehr zurückkehren. Alle restlichen Fahrzeuge verteilen sich in dieser Woche wie üblich von Tag zu Tag auf die drei Standorte.

In dieser Woche ist die Verteilung der Fahrzeuge auf die drei Standorte am Sonntag-

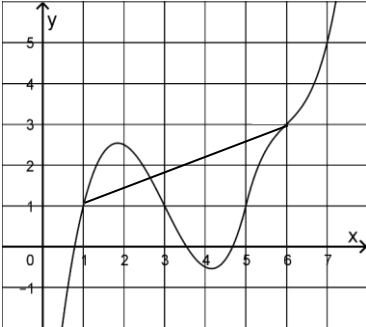
abend durch den Vektor $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ gegeben.

Ermitteln Sie hiermit einen Term, mit dem die Verteilung der Fahrzeuge am folgenden Freitagabend berechnet werden kann.

20

Teil 1

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 1				
a	$\frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$ 	1	1	
b	Wegen $\int_2^6 f(x) dx \approx 2 - 0,5 + 2,5 = 4$ gilt $b \approx 6$.	1	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 2				
	$f'(x) = 3x^2 + 6x$ $f''(x) = 6x + 6$ $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ Aus $f'(-1) = -3$ folgt $y = -3x + b$ als Funktionsgleichung der Tangente durch den Wendepunkt. Aus $f(-1) = 2$ folgt $b = -1$. Die Tangente in diesem Wendepunkt geht also nicht durch den Ursprung.	2	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

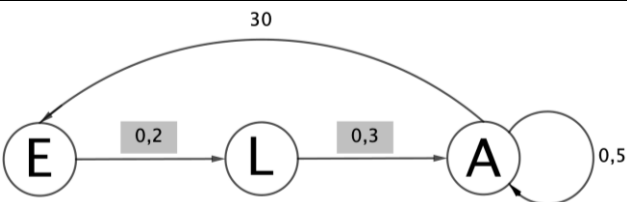
Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 3				
a	Es ist $f'(x) = -2 \cdot e^{-x}$ und somit $f'(0) = -2 \cdot e^{-0} = -2$.		1	
b	$f(0) = 2 \cdot e^{-0} + 1 = 3$ Tangentengleichung: $t(x) = f'(0) \cdot x + f(0) = -2 \cdot x + 3$. Nullstelle: $t(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1,5$. Flächeninhalt: $\frac{3 \cdot 1,5}{2} = 2,25$. Das Dreieck ist nicht gleichschenkelig.		1	3
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche			2	3

Aufgabe 4				
a	Bei Verwendung des Ergebnisraums $\{(1;1), (1;2), \dots, (2;1), \dots, (6;6)\}$ bestehen beide betrachteten Ereignisse jeweils aus drei Ergebnissen.	2		
b	Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X symmetrisch ist, kommt das Diagramm III nicht infrage. Diagramm I kommt nicht infrage, da $P(X=3) = 2 \cdot P(X=2)$ gilt. Folglich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch das Diagramm II dargestellt.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 5				
a	Aus dem Diagramm $P(X=0) \approx 0,39$ $P(X \neq 0) = 1 - P(X=0) \approx 1 - 0,39 = 0,61$	1		
b	$P(X=0) = P(X=1)$ $\binom{7}{0} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^7 = \binom{7}{1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^1 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6$ $\left(\frac{7}{8}\right)^7 = 7 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6$ Damit ist gezeigt, dass $P(X=0) = P(X=1)$ gilt.	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 6				
a	Der gesuchte Mittelpunkt ist $M\left(\frac{1+7}{2} \mid \frac{2+2}{2} \mid \frac{3+11}{2}\right) = M(4 \mid 2 \mid 7)$. $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E. Damit hat die gesuchte Gleichung die Form $6x_1 + 8x_3 = d$. M liegt genau dann in E, wenn $d = 6 \cdot 4 + 8 \cdot 7 = 80$ gilt.	1	2	
b	$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	1	1	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Aufgabe 7				
a	$3 \cdot 1 - 2 \cdot 1,5 = 0$, d. h. der Punkt liegt in E.	1		
b	E enthält die x_3 -Achse.		2	
c	$\begin{pmatrix} 2 \\ s \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 6 - 2s = 0 \Leftrightarrow s = 3$	1	1	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

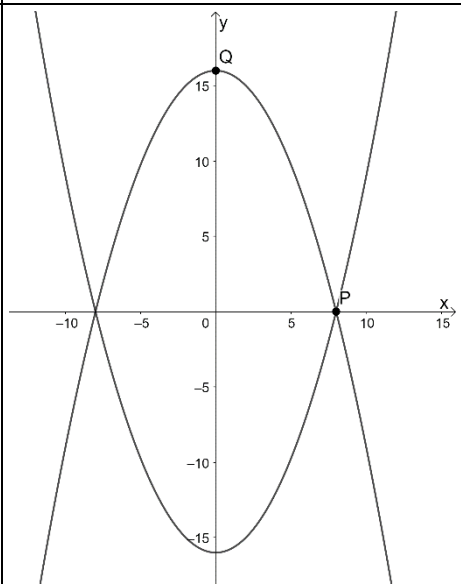
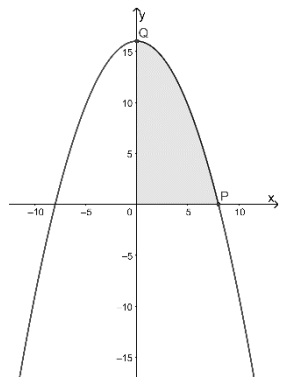
Aufgabe 8				
a		1		
b	Aus $M * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 300 \\ a \end{pmatrix}$ ergibt sich $0,5x + 0,3z = 20$ und $30x = 300$. Daraus folgt $z = 50$.	1	1	
c	Die Überlebensrate der ausgewachsenen Insekten müsste mit 50% in der Matrix auf der Hauptdiagonalen unten rechts stehen.		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		2	3	

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	II	III
Aufgabe 9				
a	Darstellung I; $x = 0,5$; $y = 0,3$	2		
b	$0,4 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,24$ Die dritte Zeile von M^2 liefert durch Multiplikation mit dem Vektor der Kundenverteilung zu einem bestimmten Zeitpunkt die Anzahl der Kunden des Anbieters C zwei Quartale später.	1	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		3	2	

Teil 2 – Aufgabe 1

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	 $y = \frac{1}{4}x^2 - 16$	2		
b	$x^2 = -\frac{1}{4}x^2 + 16 \Leftrightarrow x = \frac{8}{\sqrt{5}} \vee x = \frac{-8}{\sqrt{5}}$ $f\left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right) = \frac{64}{5}, f\left(\frac{-8}{\sqrt{5}}\right) = \frac{64}{5}$		3	
c	Wegen $-2 \cdot 0 + 16 = 16$ und $-2 \cdot 8 + 16 = 0$ ist $y = -2x + 16$ die Funktionsgleichung von g. (4 8)	3		
d	$U = 16 + 8 + \sqrt{8^2 + 16^2} \approx 41,9$		2	
e	$A = \int_0^8 \left(-\frac{1}{4}x^2 + 16\right) dx = \frac{256}{3}$ Fläche des Dreiecks OPQ: $\frac{8 \cdot 16}{2} = 64$ $\frac{\frac{256}{3} - 64}{\frac{256}{3}} = \frac{1}{4}$ 		5	
Verteilung der insgesamt 15 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		5	10	0

Teil 2 – Aufgabe 2

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	Die andere Nullstelle von h liegt bei 40. $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{18}x^2 + \frac{20}{9}x + \frac{250}{9} = 0 \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 50$ $f'(x) = -\frac{1}{9}x + \frac{20}{9}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20; f(20) = 50; 50 - 40 = 10$	6		
b	$k(x) = ax^2 + bx + c$ $k'(x) = 2ax + b$ $k(20) = 45 \Leftrightarrow 400a + 20b + c = 45$ $k'(20) = 0 \Leftrightarrow 40a + b = 0$ $k(0) = 16,2 \Leftrightarrow c = 16,2$ $\left. \begin{array}{l} k(20) = 45 \Leftrightarrow 400a + 20b + c = 45 \\ k'(20) = 0 \Leftrightarrow 40a + b = 0 \\ k(0) = 16,2 \Leftrightarrow c = 16,2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow a = -\frac{9}{125} \wedge b = \frac{72}{25} \wedge c = 16,2$		4	
c	$W(x) = 10 e^{0,1x} + 5x$ $h(x) = w(x) \Rightarrow x \approx 1,6 \vee x = 31,2$ $\int_{1,6}^{31,2} h(x) - w(x) dx = \int_{1,6}^{31,2} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 4x \right) - (e^{0,1x} + 5) dx \approx 567 \text{ [m}^2\text{]}$		5	
d	Der Term gibt die Steigung der Geraden durch A und T an. $h'(t) = \frac{h(t) - 36}{t - 10} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}t + 4 = \frac{-\frac{1}{10}t^2 + 4t - 36}{t - 10}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{10}t^2 + 2t - 4 = 0$ $\Leftrightarrow t \approx 2,25 \vee t \approx 17,75$ Nur $t \approx 17,75$ erfüllt die Ungleichung (2). Der Punkt T ist der Berührungspunkt der Sichtgerade von Antonia an den inneren Rand der Kurve.			5
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		6	9	5

Teil 2 – Aufgabe 3

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	$f''(x) = -\frac{3}{400} \cdot e^{0,5x} + 0,5 \cdot \left(-\frac{3}{400}x + \frac{13}{200}\right) \cdot e^{0,5x} = \left(-\frac{3}{800} \cdot x + \frac{1}{40}\right) \cdot e^{0,5x}$		2	
b	$f'\left(\frac{26}{3}\right) = 0, f''\left(\frac{26}{3}\right) \approx -0,57 < 0, f\left(\frac{26}{3}\right) \approx 2,29$ Der Wert gibt an, dass der oberste Drahtbogen an der breitesten Stelle des Schneebebens 2,29 cm von der Drehachse entfernt ist.	4		
c	$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{3}{800} \cdot x + \frac{1}{40}\right) \cdot e^{0,5x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$	2		
d	$\tan^{-1}\left(f'\left(\frac{32}{3}\right)\right) = -72,16^\circ$. Der Winkel in der Abbildung beträgt fast 90° und ist damit deutlich größer als der Winkel im Modell. Das Modell ist hier ungenau.		4	
e	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (f(1,5) + 0,1)^2 \cdot 1,5 \approx 0,72 \text{ [cm}^3\text{]}$		3	
f	Wegen $\frac{100000}{7200 \cdot 2 \cdot \pi} \approx 2,21$ beträgt der Radius 2,21 cm. Aus $f(x) = 2,21$ folgt $x \approx 8,1 \vee x \approx 9,14$.			3
g	Es lässt sich der Abbildung entnehmen, dass $\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{32}{3}} g(x) dx \approx 11$ ist. Wegen $2 \cdot (0,5 + 11) = 23$ ist der Draht ungefähr 23 cm lang.			2
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		6	9	5

Teil 2 – Aufgabe 4 Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III																
a	X: Anzahl der Pakete, die das Ziel B haben $P_{0,07}^{100}(X = 9) \approx 10\%$ $P_{0,07}^{100}(X < 9) \approx 73\%$	3																		
b	$\frac{9-0,07 \cdot 100}{0,07 \cdot 100} \approx 29\%$	3																		
c	$(1-p)^{20} = 0,54$ liefert für den gesuchten Anteil $p \approx 3\%$.		3																	
d	Von 20 Paketen geht von den ersten 14 keines nach A und von den nächsten 6 gehen, höchstens 3 nach A.			2																
e	<table><tr><td></td><td>S</td><td>$\bar{S}$</td><td></td></tr><tr><td>Z</td><td>0,8 %</td><td>9,2 %</td><td>10 %</td></tr><tr><td>$\bar{Z}$</td><td>4,2 %</td><td>85,8 %</td><td>90 %</td></tr><tr><td></td><td>5 %</td><td>95 %</td><td>100 %</td></tr></table>		S	$\bar{S}$		Z	0,8 %	9,2 %	10 %	$\bar{Z}$	4,2 %	85,8 %	90 %		5 %	95 %	100 %		3	
	S	$\bar{S}$																		
Z	0,8 %	9,2 %	10 %																	
$\bar{Z}$	4,2 %	85,8 %	90 %																	
	5 %	95 %	100 %																	
f	$P_S(Z) = \frac{0,08 \cdot 0,1}{0,05} = \frac{4}{25} \neq \frac{46}{475} = \frac{0,1 - 0,08 \cdot 0,1}{1 - 0,05} = P_{\bar{S}}(Z)$		3																	
g	Der Anteil ist kleiner als 5%, denn: $\frac{0,05 - 0,1 \cdot 0,08 - 0,07 \cdot 0,02}{1 - 0,1 - 0,07} \approx 0,049$			3																
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		6	9	5																

Teil 2 – Aufgabe 5

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	$\overrightarrow{A_1B_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4,5 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overrightarrow{D_1C_1}$ Wegen $\overrightarrow{A_1B_1} \neq \overrightarrow{C_1D_1}$ kann es sich nicht um ein Rechteck handeln. $\overrightarrow{B_1A_1} * \overrightarrow{B_1C_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix} = 0$ Seitenfläche I der Haube: $\frac{ \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} }{2} \cdot \overrightarrow{B_1C_1} = \frac{\sqrt{85} + \frac{1}{2}\sqrt{85}}{2} \cdot \sqrt{85} = 63,75 \text{ [dm}^2\text{]}$	6		
b	$A_2(-6 8 16), B_2(-6 -1 14)$ $ \overrightarrow{A_1A_2} = \left \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right = 12$		4	
c	Die Gerade g durch K entlang $\vec{v}$ hat die Parametergleichung $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -17 \\ -8,5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}.$ K' ist der Durchstoßpunkt dieser Geraden mit E: $9 \cdot (8 - 17k) + 2 \cdot (16 - 8,5k) = 19 \Leftrightarrow k = 0,5.$ Durch Einsetzen von $k = 0,5$ in g folgt: $K'(-2 -0,5 11,75)$.		5	
d	Da die Liegefläche nach dem Verstellen waagrecht ist und C_1 und B_1 enthält, muss die x_3-Koordinate von B'_1 gleich der von C_1 sein, also $z = 5$. $x = 6$ $ \overrightarrow{C_1B_1} = \overrightarrow{C_1B'_1} \Leftrightarrow \sqrt{85} = \sqrt{(6-6)^2 + (1-y)^2 + (5-5)^2}$ Damit ist $y = 1 - \sqrt{85}$.			5
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		6	9	5

Teil 2 – Aufgabe 6

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	Diagramm II; $p = 0,5$; $q = 0,6$	2		
b	$\frac{0,7 \cdot 20 + 0,5 \cdot 60 + 0,1 \cdot 70}{150} = 34\%$	2		
c	Die Summe $a_1 + b_1 + c_1$ gibt die Anzahl der Fahrzeuge an, die im Laufe des Montags den Standort wechseln. Begründung: Die verwendete Matrix entsteht aus M, indem man die Einträge auf der Diagonale jeweils durch 0 ersetzt. Damit entfallen die Fahrzeuge, die im Laufe des Montags den Standort nicht wechseln.		4	
d	$r = 0,2 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,3 = 0,32$ $s = 1 - 0,4 - 0,32 = 0,28$	2		
e	Die Aussage A_1 ist richtig. Begründung: Die Anzahl der Fahrzeuge am Standort B am Donnerstagabend ist $0,24 \cdot 0 + 0,32 \cdot 150 + 0,32 \cdot 0 = 0,32 \cdot 150$. Die Aussage A_2 ist richtig. Begründung: Sind a und b die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A bzw. B am Dienstagabend, so ergibt sich für die Anzahl der Fahrzeuge am Standort B am Donnerstagabend $0,24 \cdot a + 0,32 \cdot b + 0,32 \cdot 0 \geq 0,24 \cdot (a + b)$.		5	
f	Die Verteilung der Fahrzeuge am Montagmorgen ist $\begin{pmatrix} x \\ 0,9 \cdot y \\ z \end{pmatrix}$. Die Verteilung der Fahrzeuge am Mittwochmorgen ist $M^2 * \begin{pmatrix} x \\ 0,9 \cdot y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Die Verteilung der Fahrzeuge am Freitagabend kann also mit folgendem Term berechnet werden: $M^3 * \left(M^2 * \begin{pmatrix} x \\ 0,9 \cdot y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.			5
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		6	9	5