

Bildungsplan von 0 -10 Jahren: Unterstützung der Entwicklung kindlicher Zahlvorstellungen durch pädagogische Fachkräfte

Fachgespräch „Bildung von Anfang an“
AG Mathematik

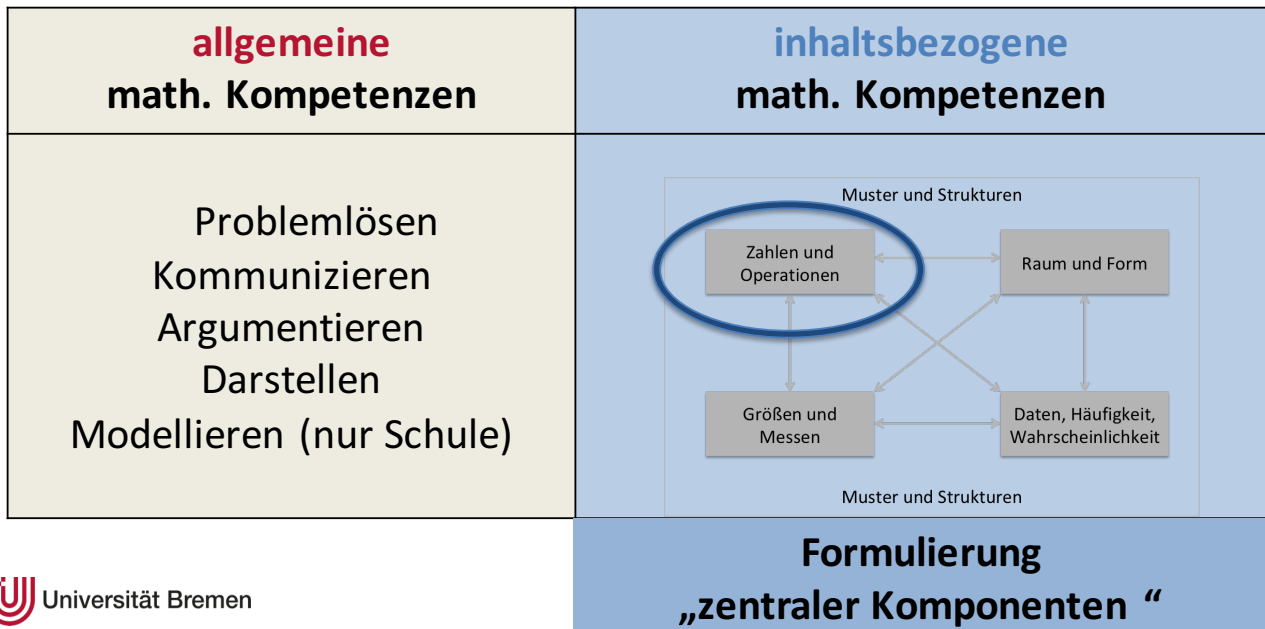
04.12.19

Bildungsplan 0 – 10 Jahre Mathematik

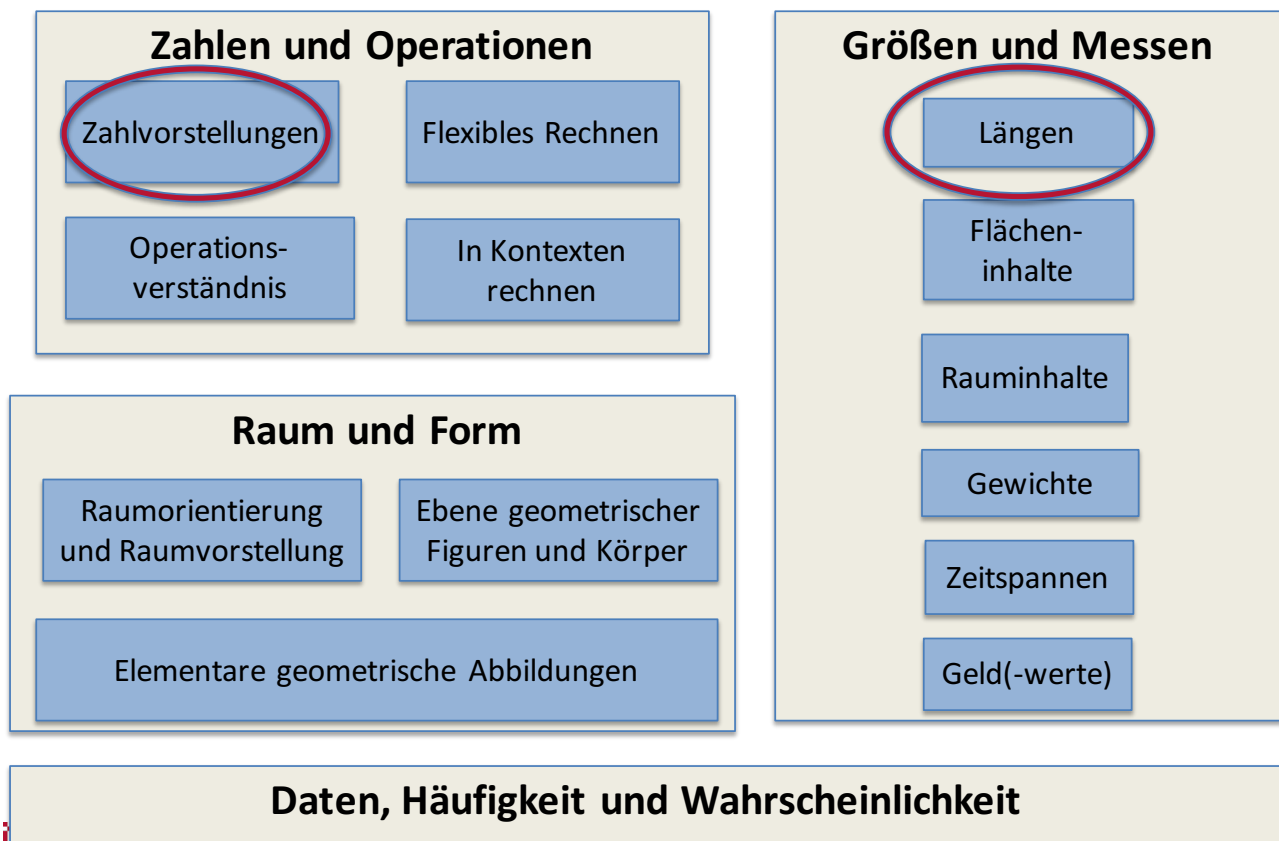
- Was wird sich ändern?
- Illustration am Kompetenzbereich „Zahlvorstellungen“
 - zentrale Komponenten
 - Lerngelegenheiten in Krippe / Kita
 - Lerngelegenheiten in der Grundschule
- Anmerkungen zum anschlussfähigen Lernen

Was wird sich ändern?

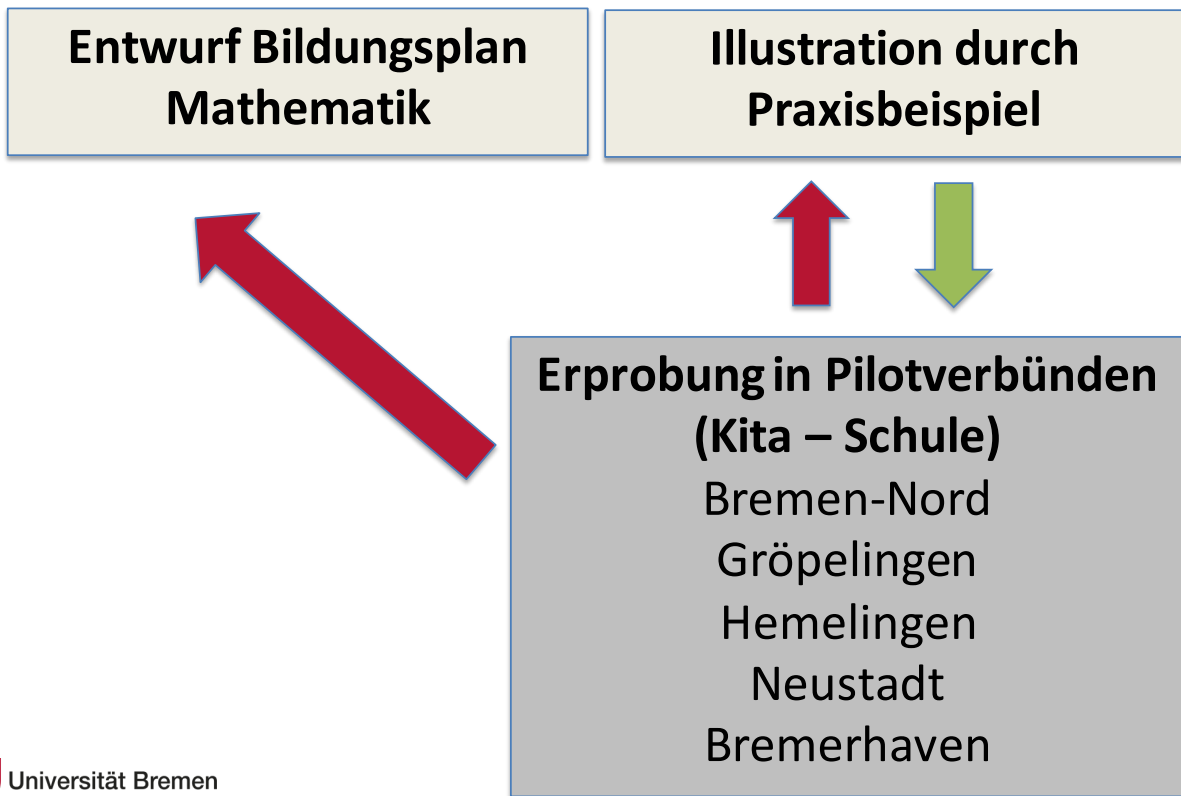
- Durchgängiges Konzept zur fachdidaktischen Arbeit für Kinder von 0 – 10 Jahren
- Orientierung an der (bildungsbereichsbezogenen) Kompetenzentwicklung der Kinder



Kompetenzbereiche



Weiteres Vorgehen



Zahlen und

Zahlvorstellungen

Operationsverständnis

Raum u

Raumorientierung und Raumvorstellung

Elementare geometrische

Date

	K	EB	1/2	3/4
Zählen				
- Aufsagen der Zahlwortreihe	X	X	X	X
- vorwärts und rückwärts zählen und weiterzählen	X	X	X	X
- Abzählen und Auszählen von Objekten	X	X	X	X
- Benennen von Vorgänger und Nachfolger		X	X	X
- Zählen in Schritten (z. B. 2er- 5er, 10er-, 100er-Schritte)			X	X
Anzahlerfassung und -darstellung				
- Vergleichen von Mengen (z. B. mehr, weniger, gleich viel)	X	X	X	X
- Simultanes Erfassen von Würfelbildern und Fingerbildern		X	X	X
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von unstrukturierten Anordnungen (z. B. Muggelsteine)		X	X	X
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von strukturierten Zahldarstellungen (am Arbeitsmittel), dabei vor allem 5er- und 10er-Bündelungen erkennen und nutzen			X	X
- Strukturiertes Darstellen von Anzahlen am Arbeitsmittel			X	X
- Nutzen verschiedener Zahldarstellungen, Darstellungswechsel, Vergleich von Darstellungen: strukturierte Punktfelder, Rechenstrich, Mehrsystemblöcke, Stellenwerttafel, Zahlwort, Ziffernschreibweise			X	X
Stellenwertverständnis				
- Nutzen der Stellenwertschreibweise (z.B. H, Z, E),			X	X
- Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte			X	X
- Bündeln und Entbündeln von Mengen (enaktiv, ikonisch, symbolisch)			X	X
- Einsicht in den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems: Bündelungs- und Stellenwertprinzip			X	X
Zahleigenschaften und -beziehungen				
- Ordnen von Zahlen nach der Größe			X	X
- Erkennen und Beschreiben von Zahleigenschaften und -beziehungen (z.B. Halbierungen/Verdopplungen, gerade/ungerade Zahlen, Vorgänger/Nachfolger, Nachbarzehner/Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander)			X	X
- Beschreiben von Zahlen- und Punktmustern			X	X
- Erkennen von Regeln bei Zahlenfolgen			X	X
- Fortsetzen von Zahlenfolgen			X	X
- Erfinden von Zahlenfolgen			X	X

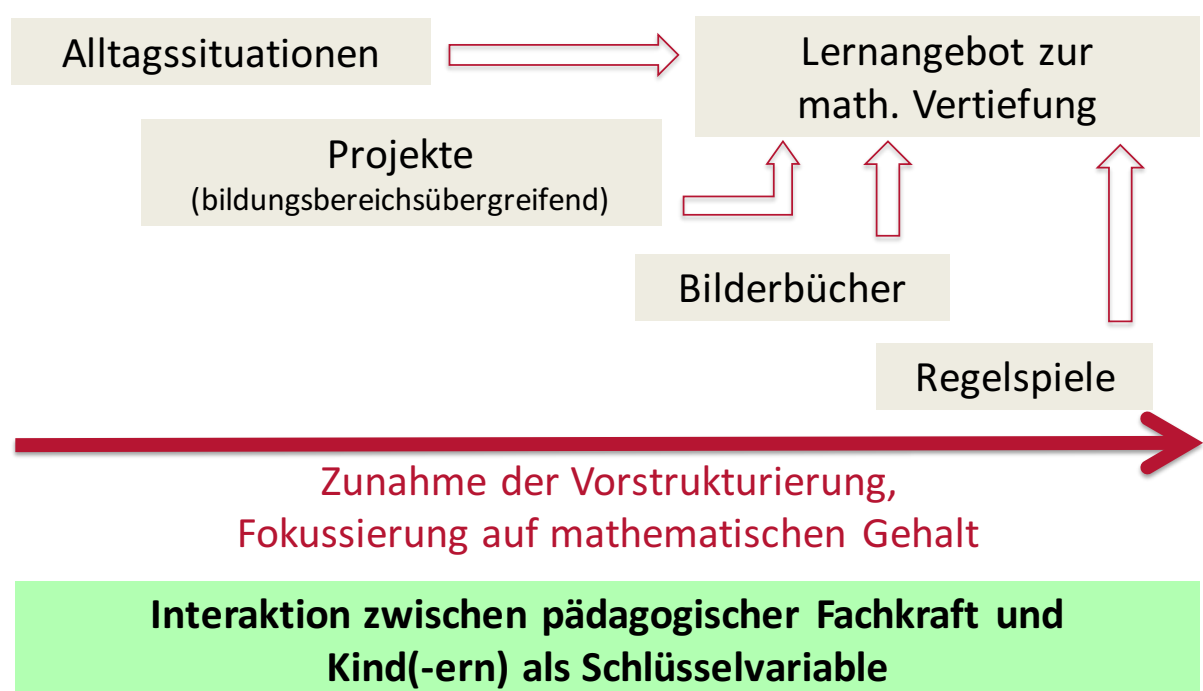
Komponenten zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Bereich	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen		X	X	X

Mathematiklernen in Krippe und Kita

geeignete Lerngelegenheiten



Beispiele zum Aufbau von Zahlvorstellungen

▪ Krippe / Kita / Grundschule

- Zählen und Anzahlerfassung in Alltagssituationen (Z1, Z2)
- Zählen und Anzahlerfassung in Spielsituationen (Z1, Z2)
- Zählen und Anzahlerfassung mit Bilderbüchern (Z1, Z2, Z4)

▪ Grundschule

- Anzahlerfassung am Arbeitsmittel (Z2, Z4)
- Bündeln und Entbündeln (Z2, Z3)
- Punktmuster beschreiben (Z4)

Komponenten zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Bereich	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen		X	X	X



Wie viele Autos stehen im Parkhaus?



Wie viele rosafarbene Bällchen haben wir?



Ich brauche noch zehn KAPLA-Steine.



Ich zähle die blauen Katzen.

Ich zähle die Grünen.

Exkurs: Zählprinzipien

Prinzip der stabilen Ordnung

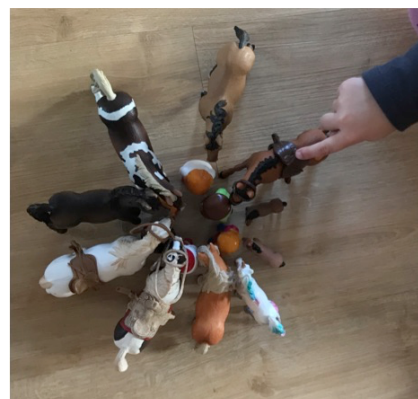
→ Kennenlernen der Zahlwortreihe (vorwärts und rückwärts) beim Zählen in Alltagssituationen

Wie viele Teller stehen auf dem Tisch?

Gleich gehen wir nach draußen: 5, 4, 3, 2, 1 und los!

Eindeutigkeitsprinzip

- 1 : 1 Zuordnung von Objekt und Zahlwort beim regelmäßigen Zählen in Alltagssituationen üben
- Antippen / Verschieben von Objekten als Hilfestellung



Exkurs: Zählprinzipien

Kardinalzahlprinzip

I	(legt 5 Spielfiguren auf den Tisch) So O kannst du die mal bitte zählen?
O	Ich kann mal mit denen so einen Strich machen kann ich mit denen (ordnet die Spielfiguren neu an). Dann kann ich <u>besser</u> zählen. Eins, zwei, drei, vier, <u>fünf!</u> (blickt auf, lächelt) (tippt bei jedem Zahlwort genau eine Spielfigur an)
I	Wie viele sind es?
O	(tippt noch einmal jede Spielfigur an und bewegt die Lippen)
I	Sag mal, wie viele sind es?
O	Ich weiß nicht.
I	Du hast ja bis fünf gezählt, ne?
O	Ja. (dreht sich auf dem Stuhl um)
I	Und? Wie viele sind es dann?
O	Ich weiß <u>auch nicht</u> .



Zählen und Anzahlerfassung in Alltagssituationen

Z1

Z2



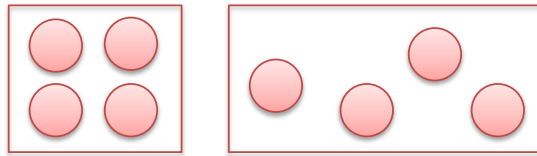
Lernbegleitung

- möglichst viele Zählansätze schaffen
- richtiges Zählen vormachen
- Erklärungen und Korrekturen nicht notwendig / sinnvoll

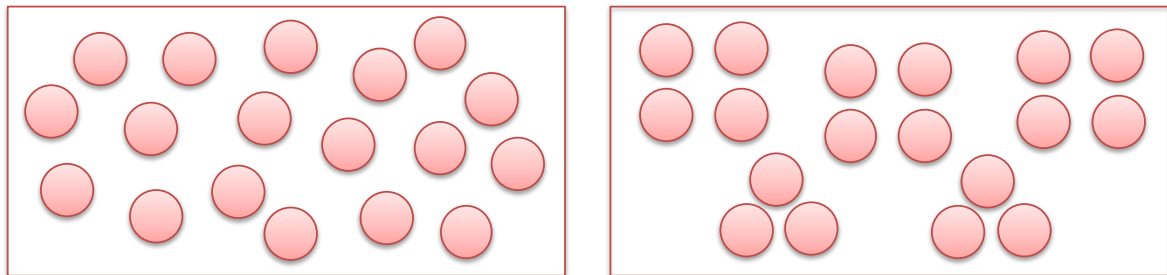
Beobachtungsschwerpunkte

- Welche Zählprinzipien werden schon berücksichtigt?
- In welchem Zahlenraum bewegt sich das Kind sicher?

Exkurs: simultane und quasi-simultane Anzahlerfassung



Anzahlen bis 4 können von Kindern **simultan**, d.h. auf einen Blick erfasst werden, ohne dass gezählt werden muss



größere Anzahlen können **quasi-simultan** erfasst werden, wenn sie strukturiert dargestellt sind (rechts)

Anzahlerfassung



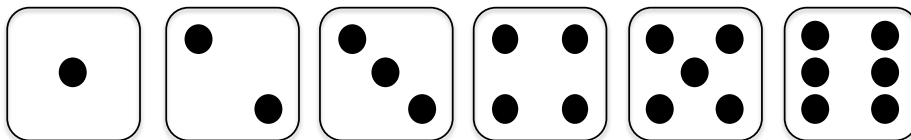
E	Kannst du mir sagen, wie viele Eier in deine Schachtel hinein passen?
M	(während Lukas zu zählen beginnt) Das sind 6.
E	Woher weißt du das?
M	Na, 3, 3.
E	Wie 3, 3?
M	Na, siehst du nicht, das sind 3 und 3 (zeigt auf die Dreierreihen der Schachtel)
T	Nein, das sind 2, 2 und 2. Schau so (zeigt auf jeweils zwei untereinanderliegende Eier)
L	(hat inzwischen die Anzahl korrekt gezählt) Ja, das sind wirklich 6.



Kannst du schnell sehen, wie viele es sind? Ohne zu zählen?

Wie hast du das so schnell gesehen?

Exkurs: Würfelnbilder



- markante Anordnungen von 1 bis 6 Punkten
- zu Beginn können die Punkte noch gezählt werden
- Ziel ist das sofortige (Wieder-)Erkennen der Würfelnbilder
- möglichst viele Würfelspiele bereitstellen
- ggf. Einsatz gezielter Impulse
- sofortiges Erkennen gezielt honorieren, nicht zusätzlich nachzählen lassen
- Spielen von Würfelspielen (inkl. passender Impulse) wirkt messbar auf math. Kompetenzen (vgl. Gasteiger 2010)

Ich zeige dir den Würfel nur ganz kurz, kannst du schnell sagen, wie viele Punkte es sind?

Prima, da musstest du gar nicht zählen. Du hast gleich gesehen, dass es 3 Punkte sind.

Lernbegleitung durch vorbildliches Mitspielen und geeignete Impulse

- Schritte zählen vormachen (ggf. auch in Sprüngen)
- „Wie viel brauchst du, um mich rauszuwerfen?“

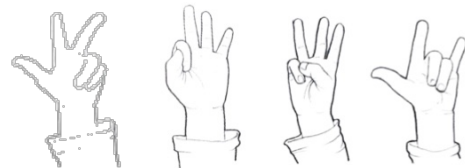


- Summenbildung vormachen, z.B. Weiterzählen: 6 – 7, 8, 9
- „Hoffentlich kriege ich jetzt eine 4 und eine 3, dann kann ich die 7 umklappen!“

Exkurs: Fingerbilder

Aktivitäten mit Händen

- Wie viele Finger sind das?
- Zeig mir ganz schnell ... Finger!
- Wie kann man ... Finger anders zeigen?



- Welche Rechenaufgabe passt zu dem Fingerbild?



Exkurs: Fingerbilder

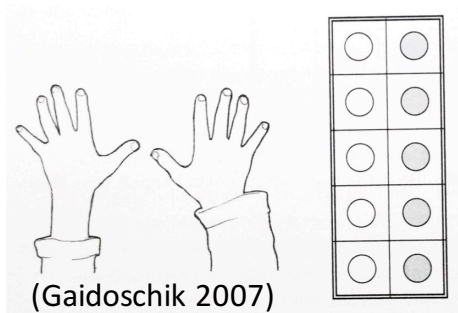
Liebe Samira,
wir haben letzte Woche den 6. Geburtstag von Filip gefeiert. Im Kreis habe ich euch gefragt, wie alt Filip geworden ist. Ein Kind antwortete „6 Jahre“ und zeigte dabei mit einer Hand fünf Finger und mit der anderen einen. Daraufhin sagtest Du: „Eine 6 geht aber auch so“ und zeigtest an jeder Hand drei Finger. (...) Danach sagtest du, man könne die Zahl 6 auch noch anders zeigen und zeigtest mit einer Hand vier Finger und mit der anderen Hand zwei Finger. Ich fand es sehr schön, dass Du dich schon so gut bei den Zahlen auskennst und eine Menge auf unterschiedliche Weise mit Fingern darstellen kannst. Mach bitte weiter so.

Deine Maja

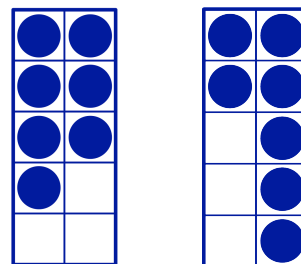
Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

Z2

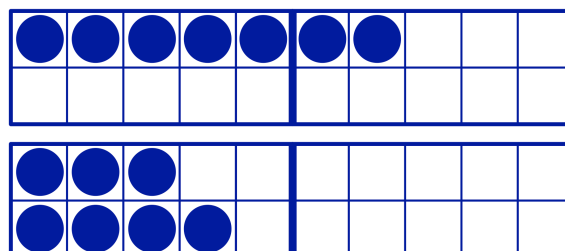
Bezüge zwischen Fingern und Darstellungen im Zehnerfeld



Block- und Reihendarstellung im Zehnerfeld



Erweiterung Zwanzigerfeld



Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

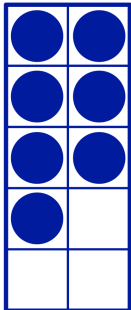
Z2

Z4

Wie viele Punkte sind es?

Wie hast du das gesehen?

Welche Rechenaufgabe passt zu der Deutung?



die Würfelsechs und noch einer

$$6 + 1 = 7$$

vier links und drei rechts

$$4 + 3 = 7$$

die Würfelvier und noch drei

$$4 + 3 = 7$$

drei freie Felder

$$10 - 3 = 7$$

...

...

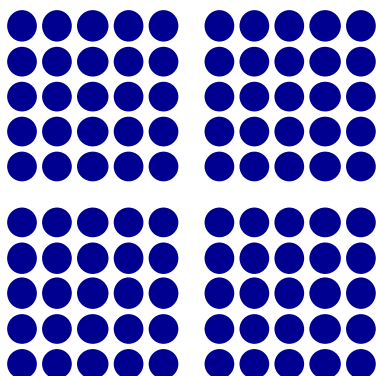
→ regelmäßiger Einsatz verschiedener Aktivitäten notwendig

Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

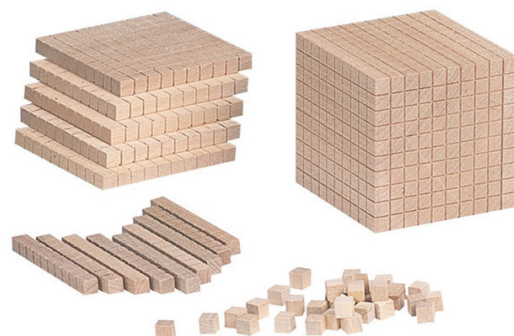
Z2

Z4

äquivalente Aktivitäten im Hunderterraum



und Tausenderraum sinnvoll



Bilderbücher

Z1

Z2

Z4



Bilderbücher

Z1

Z2

Z4

Mögliche Aktivitäten

- Bilderbuchbetrachtung ohne Vorlesen der Reime
→ diverse Zählansätze
- Mengen vergleichen
→ immer ein Tier weniger
- Unterbrechung der Betrachtung
→ wie geht es weiter?
→ Fortsetzung zeichnen lassen
- Sortieren der Bilderbuchseiten



Bilderbücher

Z1

Z2

Z4

Mögliche Aktivitäten

- Geschichte nachspielen
→ diverse Zählansätze
- Erneute Betrachtung mit besonderem Blick auf die Vögel auf jeder Doppelseite
→ 10er-Zerlegung
- Strukturierte Darstellung der Tiermengen



Benz (2012)

Komponenten zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

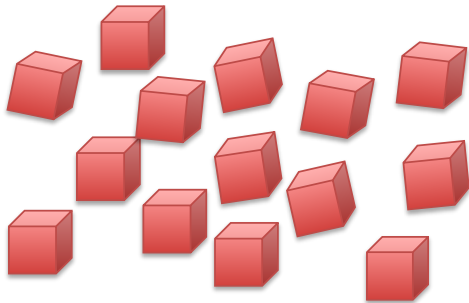
	Bereich	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen		X	X	X

Bündeln und Entbündeln

Z2

Z3

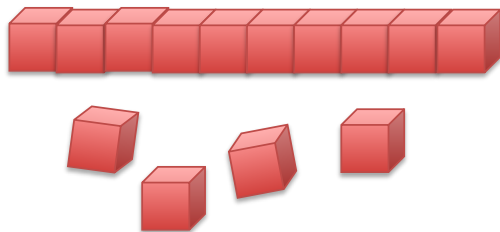
Orientierung im Hunderterraum



Wie viele Würfel sind das?
Wie schreibt man das auf?

14

Aber $1 + 4$ ist doch 5 !
Wo ist da eine 1 und eine 4 ?



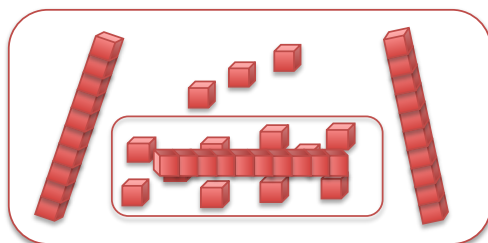
Z	E
1	4

Bündeln und Entbündeln

Z2

Z3

Bündeln...



Z	E
2	13

$$\neq 213$$
$$= 33$$

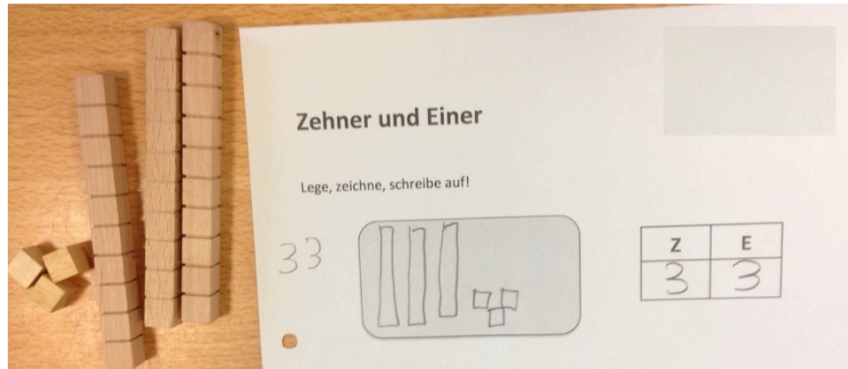
... und entbündeln



Bündeln und Entbündeln

Z2

Z3



Darstellung mit
konkretem Material

bildliche Darstellung

Symbolische Darstellung
in der Stellenwerttafel

→ Ziel: Ablösung vom Material durch den
Aufbau mentaler Vorstellungsbilder

Bündeln und Entbündeln

Z2

Z3

<u>163</u>		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	T	H	Z	E											
T	H	Z	E														
—	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>□</td><td>□</td><td> </td></tr> <tr><td>□</td><td>□</td><td>::: \</td></tr> </table>	□	□		□	□	::: \	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	T	H	Z	E					
□	□																
□	□	::: \															
T	H	Z	E														
<u>255</u>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>□</td><td> </td><td>●●●●●●●●</td></tr> <tr><td>□</td><td> </td><td> </td></tr> </table>	□		●●●●●●●●	□			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>25</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	H	Z	E	2	3	25			
□		●●●●●●●●															
□																	
H	Z	E															
2	3	25															
—	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>□</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>:::</td></tr> </table>	□					:::	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	H	Z	E						
□																	
		:::															
H	Z	E															

Aufbau mentaler Vorstellungsbilder:

Lege mit Material

Erkläre einem
anderen Kind, wie
es mit Material
legen soll.

Stell dir vor, du
würdest mit
Material legen

Komponenten zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Bereich	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen		X	X	X

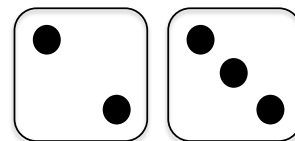
Zahleigenschaften und –beziehungen (im Elementarbereich)

Z4

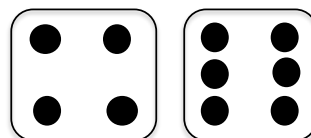
Sechs ist mehr als fünf.

Sechs ist einer mehr als fünf.

Sechs besteht aus fünf und eins, aber auch aus drei und drei.



1 Punkt in der Mitte dazu

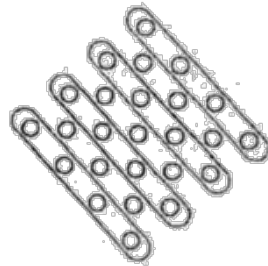
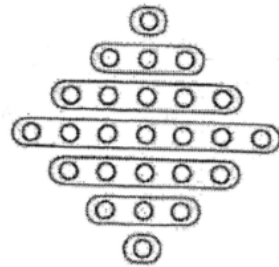
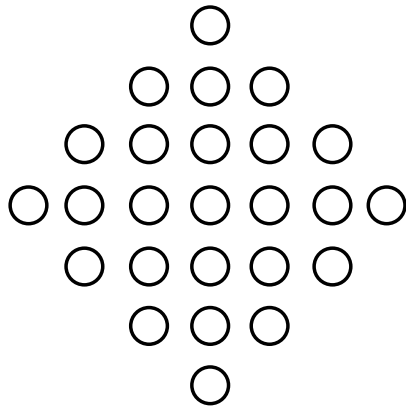


2 Punkte dazwischen dazu

Punktmuster beschreiben

Z4

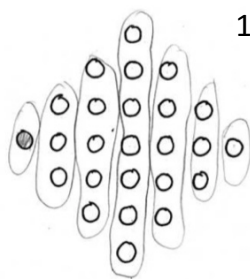
Welche Rechenaufgaben passen zu dem Punktebild?



Punktmuster beschreiben

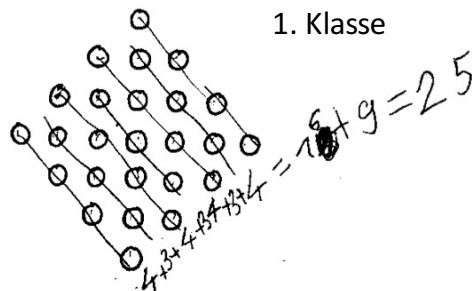
Z4

Welche Rechenaufgaben passen zu dem Punktebild?



1. Klasse

$$\begin{aligned}4 + 5 + 7 + 5 + 4 \\ 9 + 9 = 18 \\ 18 + 7 = 25\end{aligned}$$



1. Klasse

$$\begin{aligned}4 + 3 + 4 + 3 + 4 = 18 \\ 18 + 7 = 25 \\ 9 + 9 = 25\end{aligned}$$



4. Klasse

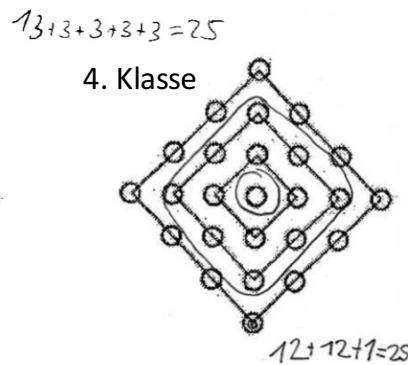
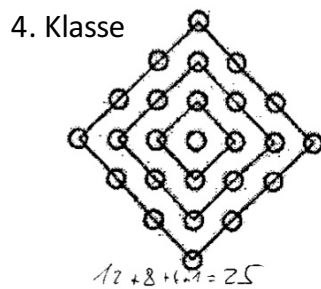
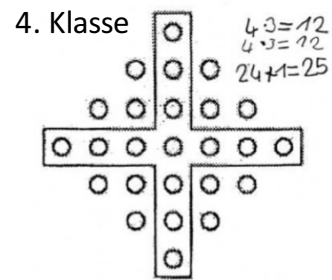
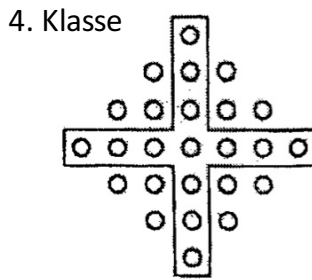
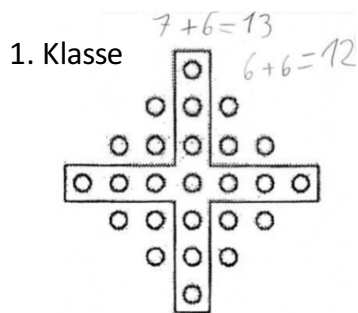
$$16 + 9 = 25$$

$$\begin{aligned}4 \cdot 4 = 16 \\ 3 \cdot 3 = 9\end{aligned}$$

Punktmuster

24

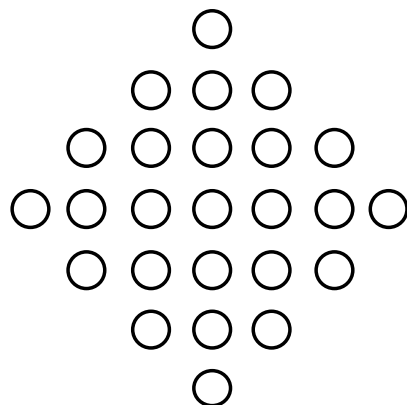
Welche Rechenaufgaben passen zu den verschiedenen Deutungen?



Punktmuster beschreiben

24

Wie muss man schauen, damit diese Rechenaufgaben zu dem Punktbild passen? Zeichne ein.



$7 + 7 + 7 + 4$

$4 \cdot 4 + 3 \cdot 3$

$5 \cdot 5$

$12 \cdot 2 + 1$

Komponenten zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Beschreibung	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen		X	X	X

Anschlussfähiges Lernen

Bildungsplan 0 – 10 Jahre

Durchgängiges Konzept zur fachdidaktischen Arbeit für Kinder von 0-10 Jahren

Kohärenz der Lernangebote
(Inhalte, Ziele, Anforderungen)

Gemeinsame
Gestaltprinzipien

Umsetzung in der Praxis

Gegenseitiges Abstimmen
der mathematischen Bildungsangebote
von Kita und Schule

Literatur

- Benz, C. (2010). Zählen ist nicht alles, was zählt. Zur Förderung der strukturierten Mengenwahrnehmung vor und zu Beginn der Schulzeit. In: *MNU PRIMAR*, Heft 2, S. 52-57.
- Benz, C. (2012). *Es fährt ein Boot nach Schangrila. Förderung arithmetischer Kompetenzen im Elementar- und Primarbereich*. In: *Mathematik differenziert*, Heft 1-2012, S. 40-44.
- Benz, C.; Peter-Koop, A., Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung. Mathematik-lernen der Drei- bis Achtjährigen*. Heidelberg: Springer-Spektrum
- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen*. Wien: öbvht.
- Gasteiger, H. (2010): *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann.
- Körner, A. & Böning, D. (2015). *Mathematiklernen im Übergang. Förderung durch mathematikbezogene Spiele für Elementarbereich und Grundschule*. URL: http://www.fruehpaedagogik.uni-bremen.de/handreichungen/Koerner+Boenig2015/Mathematikspiele_Uebergang.pdf
- März, L. & Scholz, B. (2006). *Es fährt ein Boot nach Schangrila. Ein Zähl- und Reimbuch*. Stuttgart: Thienemann
- Krauthausen, G. (1998). *Lernen – lehren – Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe*. Leipzig: Klett.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2011). Den Zahlenblick schulen. Flexibles Rechnen entwickeln. In: *Die Grundschulzeitschrift*, Heft 248.249, Materialbeilage.
- Sebe, M. (2011). *Mein großes Wimmel-Zähl-Buch*. Münster: Copenrath.